МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

кафедра общей физики и волновых процессов

Моделирование многоуровневых А-систем

Курсовая работа студентки 4-го курса Владимировой Ю.В.

"Допущена к защите"

"__" мая 2000 г.

зав.кафедрой ОфиВП

проф. В. А. Макаров

Научный руководитель

к. ф.- м. н., доцент Б.А. Гришанин

Москва 2000 г.

| Содер | Стр. | | | | |
|-------------------|---|----|--|--|--|
| 1. | Введение | 3 | | | |
| 2. | Выбор исследуемой модели и постановка задачи | 6 | | | |
| 3. | Математическая техника расчетов | 9 | | | |
| 4 . | Результаты компьютерных расчетов | 14 | | | |
| 4.1. | КПН в трехуровневой системе | 14 | | | |
| 4.2 | КПН в трехуровневой системе с вырождением | 15 | | | |
| 4.2.1. | Поле накачки и пробное поле являются плоско поляризованными | 15 | | | |
| волнами, Е1 Е2 | | | | | |
| 4.2.2 . | Поля E1 и E2 имеют круговую поляризацию | 16 | | | |
| 4.3 | 7-и уровневая система (снятие вырождения в магнитном поле) | 17 | | | |
| 4.3.1. | Конфигурация полей Е1 \parallel Е2, H ₀ \perp Е1, Е2 | 17 | | | |
| 4.3.2. | Конфигурация полей $E1 \perp H_0$, $E2 \parallel H_0$ | 18 | | | |
| 4.3.3. | Конфигурация полей Е1 H ₀ , Е2 \perp H ₀ | 19 | | | |
| 5. | Выводы | 20 | | | |
| 6. | Заключение | 21 | | | |
| | Литература | 22 | | | |
| | Рисунки | 23 | | | |
| | | | | | |

1. Введение

Исторически сложилось так, что исследование трехуровневых систем занимает особое место в развитии методов лазерной спектроскопии и квантовой электроники. Например, первые исследования трехуровневых систем привели к открытию комбинационного рассеяния в жидкостях и газах, а также позволили осуществить оптическую накачку атомов, которая имела принципиальное значение для создания квантовых генераторов.

В нелинейной спектроскопии, использующей трехуровневые системы, обычно исследуется поглощение пробного поля в условиях, когда на другом (смежном) переходе действует электромагнитное поле, насыщающее атомный переход. В этом случае, в поглощении пробного поля наблюдаются особенности, обусловленные нелинейным взаимодействием с атомной системой насыщающего светового поля, что позволяет определять спектроскопические характеристики данного перехода трехуровневой системы.

В конце семидесятых годов были выявлены ранее неизвестные особенности поведения таких систем в поле двух электромагнитных волн. Усилиями многих исследователей было открыто новое явление при возбуждении трехуровневых систем, которое допускает, в принципе, распространение и на многоуровневые системы, а именно – когерентное пленение населенностей (КПН) [1,2].

В настоящее время замечательное свойство резонанса КПН (такие, как аномально малая ширина) начали систематически исследоваться и использоваться в спектроскопии сверхвысокого разрешения, стабилизации частоты, охлаждении атомов, оптической бистабильности и других важных областях физики. В частности, при лазерном охлаждении нейтральных атомов, в оптических ловушках достигнуты температуры существенно ниже доплеровского предела $T_D = \hbar \gamma / 2k_B \approx 10^{-4} K$ (k_B -постоянная Больцмана), а при накоплении их в когерентных суперпозиционных состояниях реализованы температуры ниже $T_{R} = R / k_{B} \approx 10^{-6} K$, соответствующей энергии $R = (\hbar k)^{2} / 2M$ (k - волновое число, М - масса атома) отдачи атома.

Оказалось, что многоуровневую систему не всегда можно возбудить на верхние уровни, поскольку возможно существование особых суперпозиционных состояний таких систем, когда система не взаимодействует с оптическими полями.

3

Выяснилось, что достижение таких состояний возможно только при выполнении определенных условий на интенсивности и частотные расстройки световых полей. При выполнении этих условий система находится в состоянии КПН и не взаимодействует с полями. Простейшей системой такого вида является Λ -система энергетических уровней – система с двумя близкими долгоживущими нижними уровнями и третьим удаленным от них уровнем, взаимодействующая с двумя световыми волнами, имеющими частоты ω_{L1} , ω_{L2} (рис. 1). Настройка возбуждающих систему полей в резонанс с её дипольными переходами приводит к пленению населенностей системы в когерентной суперпозиции двух нижних близкорасположенных уровней. В спектрах рамановского поглощения этот эффект проявляется в виде очень узкого провала на фоне линии поглощения, а в спектрах резонансной флуоресценции он наблюдается как отсутствие эмиссии, что дало название "темный (или КПН) резонанс".

При одинаковых условиях резонанса для смежных переходов $|1\rangle - |3\rangle, |2\rangle - |3\rangle$, т.е. при равенстве частотных расстроек $\delta L_1 = \omega_{L1} - \omega_{31}, \ \delta L_2 = \omega_{L2} - \omega_{32}$ световых волн от частот соответствующих переходов

$$\delta R = \delta L_2 - \delta L_1 = \omega_{L2} - \omega_{L1} - \omega_{12} = 0 \tag{1}$$

вероятность обнаружить атом в верхнем состоянии $|3\rangle$ близка к нулю. Другими словами, при условии (1) Λ – атом не возбуждается в верхнее состояние $|3\rangle$, и, следовательно, не может поглощать или испускать резонансные фотоны. Это свойство трехуровневой системы и получило название *когерентного пленения населенностей (coherent population trapping)*.

При КПН вся населенность Λ – системы распределяется между нижними уровнями, именно так следует понимать термин "пленение" или "захват". В целом, здесь возникает ситуация, достаточно необычная для задач подобного рода, поскольку резонансное излучение действует на каждый из переходов в трехуровневой системе, однако сама система в целом не переходит в верхнее состояние. Напротив, в случае возбуждения хорошо известной, двухуровневой системы насыщающим резонансным полем вероятность обнаружить систему в верхнем состоянии максимальна и близка к $\frac{1}{2}$.

После первых теоретических работ [3], где фактически был предсказан сам эффект, и первых экспериментов [4-6], усилия исследователей были направлены

прежде всего на выяснение динамики процессов в трехуровневых системах при условии рамановского резонанса (1), а также на объяснение самого факта отсутствия заселения верхнего уровня. Удалось понять, что отсутствие частиц на верхнем уровне является свидетельством перехода системы в новое состояние, к которому система приходит спустя некоторое время τ установления после включения взаимодействия. Причем порядок величины τ определяется радиационным временем γ^{-1} жизни атома в возбужденном состояние и радиационные процессы в ней прекращаются. Явление КПН проявляется только для определенной интенсивности световых волн, и, например, для Λ – системы необходимая интенсивность равна [7]

$$I >> I_{\Pi} \frac{\Gamma}{\gamma}, \tag{2}$$

где I_{Π} – интенсивность насыщения оптического перехода, Γ – скорость поперечной релаксации между нижними уровнями. Считая $\Gamma \ll \gamma$, имеем соответственно $I \ll I_{\Pi}$. При невыполнении условия (2) КПН практически не наблюдается, даже если выполнено условие (1) на частотные расстройки. В этом случае возбуждение Λ – атома не имеет особенностей.

Ширина резонанса КПН - Δ_0 определяется как [7]

$$\Delta_0 = \Gamma + (\Omega^2 / \gamma), \tag{3}$$

где $\Omega = dE_0 / \hbar$ – частота Раби, E_0 – амплитуда светового поля, одинаковая для обоих переходов Λ – атома, а d – матричный элемент дипольного взаимодействия, также одинаковый для обоих переходов. Интересно, что согласно (3) ширина Δ_0 может быть сделана значительно меньше естественной ширины γ линии оптических переходов: $\Delta_0 \ll \gamma$ при условии $\Omega, \Gamma \ll \gamma$. При этом, однако, всегда надо помнить, что интенсивности световых волн должны для проявления эффекта удовлетворять условию (2). По мере уменьшения интенсивности убывает относительная глубина резонанса и при $\Omega^2 \approx \Gamma \gamma$ он практически исчезает, что свидетельствует об исчезновении КПН.

Следует особо отметить два важных обстоятельства. Во-первых, само явление когерентного пленения населенностей является фундаментальным свойством квантовых систем, в которых имеется возможность интерференции между различными

каналами возбуждения. Поэтому совершенно не важна конкретная природа таких систем. Это могут быть квантовые переходы в атомах и молекулах, центрах окраски и примесных центрах в полупроводниках, а также переходы энергетической структуры возбужденных ядер. Другое обстоятельство связано с исследованием многоуровневых систем возбуждения. Поскольку трехуровневая система - наиболее простая многоуровневая система, в которой возможен КПН, а многоуровневую систему зачастую удается разбить на трехуровневые подсистемы, то, зная характер возбуждения простейшей схемы, можно качественно рассматривать возбуждение сложных многоуровневых систем. Этот метод анализа используется в дальнейшем в настоящей работе.

2. Выбор исследуемой модели и постановка задачи.

Как показано в литературе, предельная ширина резонанса КПН, определяется временем релаксации когерентности Γ_{12}^{-1} между нижними уровнями Λ -системы, так, что при соответствующем выборе уровней могут наблюдаться черезвычайно узкие резонансы. В реальных экспериментах поперечная релаксация между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ может быть вызвана несколькими причинами: конечная ширина спектра полей лазерного излучения, пролетное уширение, столкновение атомов и др. Так, например, в атоме Сs зарегистрированы "темные" резонансы КПН с шириной менее 100 Гц [8]. Высокая добротность этих резонансов позволяет использовать их в метрологических приложениях, в частности, при создании вторичных стандартов частоты, в которых стабилизируются не частоты каждого из лазерных полей по отдельности, а разность этих частот.

Атомы редкоземельных элементов обладают рядом свойств, которые делают их перспективными для подобных метрологических применений. Характерное расстояние между компонентами тонкой структуры конфигурации с различными полными моментами *J* составляет величину 10-100 ТГц и существенно превосходит сверхтонкое расщепление основного состояния щелочных атомов. Поэтому, Γ_{12}^{-1} для резонансов КПН в редкоземельных атомах на несколько порядков выше, чем в атомах щелочных металлов [8].

В настоящее время в ФИАНе им.П.Н.Лебедева, в рамках проекта по изучению возможности метрологических применений резонансов КПН в парах редкоземельных атомов, методами нелинейной спектроскопии высокого разрешения проводится изучение свойств паров самария в области линий переходов,

6

образующих Λ -систему $4f^66s^2({}^7F_0) \rightarrow 4f^6({}^7F)6s6p({}^3P^0){}^9F_1^0 \rightarrow 4f^66s^2({}^7F_1)$ (С.И.Канорский и сотр.). Целью настоящей работы было численное моделирование резонансов КПН в атоме самария, в том числе при снятии вырождения магнитных подуровней, т. е. в семиуровневой системе рис. . С этой целью расчитывалась населенность уровней семиуровневой системы и исследовалось изменение населенностей и возникновение КПН при различных напряженностях действующих лазерных полей (частотах Раби), различных частотных расстройках, а также зависимость КПН от скорости дефазировки. В расчете использовались экспериментальные данные предоставленные сотрудниками ФИАН. Спектроскопические характеристики исследуемых уровней самария приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. Спектроскопические характеристики исследуемых переходов в атоме Sm.

| Переход | Длина волны пе- | Сила | Вероятности |
|-----------------------------------|-----------------|----------------------|--------------|
| | рехода λ,нм. | осциллятора | переходов Г, |
| | | перехода <i>f</i> . | ΜΓц |
| $6s^2(J=0) \rightarrow 6s6p(J=1)$ | 672.5875 | 8.5*10 ⁻³ | 0.418 |
| $6s^2(J=1) \to 6s6p(J=1)$ | 686.0927 | 9.5*10 ⁻³ | 0.449 |

Таблица 2. Характеристики тонкой структуры исследуемых уровней Sm.

| Четные уровни $4f^{6}6s^{2}(^{7}F)$ | | | Нечетные уровни $4f^6({}^7F)6s6p({}^3P^0){}^9F_1^0$ | | | |
|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------|---|---|------------------------------|-----------------------|
| J | Уровень, см ⁻¹ | Фак- тор Ланде, g | Относительная на- селенность $(t=600\ {}^{0}C)$ | J | Уровень, см ⁻¹ | Фактор Ланде, g |
| 0 | 0.00 | - | 1 | 1 | 14863.85 | 3.10 |
| 1 | 292.58 | 1.50 | 0.6 | | | |

Рассматриваемая Λ -система характеризуется относительно малым числом магнитных подуровней из-за малости полных моментов (основное состояние J = 0, нижний уровень J = 1 и верхний уровень J = 1).

При отсутствии магнитного поля уровни $|2\rangle$ и $|3\rangle$ вырождены, а при наложении поля вырождение снимается и образуется семиуровневая система изображенная на рис. 2, исследование КПН в которой представляет практический интерес. После наложения магнитного поля переход $(J = 1) \rightarrow (J = 0)$ расщепляется [9] на три

возможных перехода, каждый из которых берет на себя 1/3 полной вероятности перехода. Поэтому сила осциллятора для каждого перехода $f = 2.8*10^{-3}$, а переход $(J = 1) \rightarrow (J = 1)$ расщепляется на шесть возможных переходов, каждый берет на себя 1/6 полной вероятности перехода. Поэтому сила осциллятора для каждого перехода $f = 1.58*10^{-3}$. В расчете использовались помимо экспериментальных данных данные, рассчитанные по соответствующим формулам. Анализ проводился в широком диапазоне частот Раби (напряженностей лазерных полей), расстроек возбуждающих полей и величин зеемановского расщепления.

В эксперименте использовались два полупроводниковых лазера с внешними резонаторами. Лазер 1 был настроен на длину волны 672нм ($\omega_{L1}=2.803*10^{15} c^{-1}$), и лазер 2 на длину волны 686нм ($\omega_{L2}=2.7473*10^{15} c^{-1}$). В одночастотном режиме лазер 1 излучает 2.5 мВт, а лазер 2 — около 12 мВт. Напряженности полей рассчитывались по формуле $E = \sqrt{\frac{2P}{c\varepsilon_0\sigma}}$, где *P*—мощность лазерного излучения, σ — площадь пучка (~1-2мм), и составляют для лазера 1 $E_1 = 0.274*10^4$ В/м., и для лазера 2 $E_2 = 0.137*10^4$ В/м.

Напряженность создаваемого магнитного поля в эксперименте порядка 40 Э, поэтому величины зеемановского расщепления, расчитанные по формуле $\Delta = \frac{e}{2mc} gH$ равны, соответственно для уровня 6s6p (J=1) $\Delta_1 = 9.413 \times 10^8 c^{-1}$, а для уровня 6s² (J=1) $\Delta_2 = 4.55 \times 10^8 c^{-1}$.

Величины дипольного момента d, частоты Раби Ω , скорости радиационного распада γ расчитываются по формулам [9]:

$$\left|d_{J\to J'}\right|^{2} = \frac{3\hbar e^{2}}{2m} \cdot \frac{2J+1}{\omega_{JJ'}} \cdot \left|f_{J\to J'}\right|, \qquad \Omega_{JJ'} = \frac{d_{JJ'}E}{\hbar}, \qquad \gamma_{JJ'} = \frac{4}{3} \cdot \frac{d_{JJ'}^{2}\omega^{2}}{\hbar c^{3}}, \text{ coothermality}$$

ственно, где *m*- масса электрона, \hbar - постоянная Планка, е- заряд электрона, с- скорость света, $\omega_{JJ'}$ - частота перехода.

Для удобства представления данных и расчета все используемые величины были пересчитаны в единицах γ_{13} =1\.22* 10⁶ c^{-1} (таблица 3).

| | Величина зеема- | Вероятности | Частоты Раби |
|-----------------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| | новского расщеп- | спонтанных пере- | Ω. |
| | ления 🛆 | ходов γ. | |
| $6s^2(J=0) \rightarrow 6s6p(J=1)$ | $200 \gamma_{13}$ | 1 | $76.3 \gamma_{13}$ |
| $6s^2(J=1) \rightarrow 6s6p(J=1)$ | $100 \gamma_{13}$ | $0.5 \gamma_{13}$ | $29.3 \gamma_{13}$ |

Таблица 3. Используемые в расчете величины, нормированные на γ_{13}

Целью настоящей работы был расчет КПН в трехуровневой вырожденной и в семиуровневой системе, возникающей при наложении магнитного поля, опираясь на представленные экспериментальные данные. Для численного расчета КПН необходимо было написать программу на языке Фортран, позволяющую исследовать возможность возникновения КПН в широком диапазоне значений частотных расстроек и интенсивностей полей, а также вероятностей переходов между уровнями.

3. Математическая техника расчетов.

Динамика квантовой системы часто включает релаксационные процессы, что требует модификации квантовой теории от её обычной формы, применимой к случаю закрытых систем. Если в последнем случае динамика представляется оператором Гамильтона, применяемым к волновым функциям, то в первом случае она представляется преобразованиями, применяемыми к операторам матрицы плотности или динамическим переменным, что должно быть связано с супероператорным преобразованием. Простейшие преобразования этого типа, возникающие в системах без релаксации, связаны с квантовым уравнением Лиувилля $\frac{d\hat{\rho}}{dt} = L_0 \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$

для матрицы плотности замкнутой системы с Гамильтонианом \hat{H} . Супероператорное преобразование представлено здесь коммутатором, примененным к $\hat{\rho}$.

Чтобы ввести соответствующие супероператоры безотносительно к преобразуемым операторам, достаточно ввести *символ подстановки* \odot , обозначающий место подстановки преобразуемого оператора. Далее можно пользоваться правилами обращения с символическими выражениями, вытекающими из общих определений алгебры линейных операторов, выведенных в [10]. В символическом представлении Лиувиллиан имеет вид $L_0 = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \odot]$. Как и любые линейные операторы, супероператоры могут быть представлены в виде матриц после введения линейного базиса на линейном пространстве квантовых операторов.

Использование супероператорной техники рассчетов особенно эффективно при расчете многоуровневых систем. В частности, в силу большой размерности задач даже простое выписывание матриц, описывающих эволюционные супероператоры становится технически сложной задачей. Однако, при использовании символического представления супероператоров, благодаря их физически прозрачной форме записи, они могут быть сначала записаны с абсолютной надёжностью в символической форме, после чего их матричные элементы могут быть аналитически рассчитаны на компьютере с последующим использованием для решения рассматриваемых прикладных задач.

Лиувиллиан N-уровневого атома в лазерном поле в приближении вращающегося поля имеет общее представление в виде суммы вкладов

$$L_t = L_r + L_e + L_\delta + L_i \tag{4}$$

Здесь L_r – супероператор радиационного затухания, L_e – супероператор упругой дефазировки, L_i – супероператор взаимодействия с лазерным полем и L_{δ} – супероператор лазерной расстройки. Радиационное затухание представляется стандартным лиувиллианом, скомбинированным из супероператора перехода населённостей представленного проектором $\hat{P}_{lk} \odot \hat{P}_{kl}$ и супероператора затухания поляризации, представленного антикоммутатором $[\hat{P}_{kk} \odot]_+$:

$$L_{r} = \sum_{kl} \gamma_{kl} \left(\hat{P}_{lk} \odot \hat{P}_{kl} - \frac{1}{2} \left[\hat{P}_{kk} , \odot \right]_{+} \right),$$
(5)

где двумерный массив γ_{kl} для k > l описывает скорости спонтанного распада и скорости накачки для k < l. Упругая дефазировка представлена супероператором L_e , выраженным в терминах квадратов коммутаторов и определяемым конкретной моделью дефазировки. Целесообразно выделить два различных типа дефазировки. В первом случае рассматривается только внутренняя дефазировка в системе двух электронных состояний k и l > k и, в соответствии с микроскопической природой упругой дефазировки, обусловленной слабыми столкновениями как случайной модуляцией частоты перехода, описывается соответствующим случайным супероператором частотного сдвига $-(i_2)\xi(t)[\hat{P}_{kk} - \hat{P}_{ll}, \odot]$, где $\xi(t) - \phi$ луктуационное смеще-

ние частоты перехода. Результирующий усреднённый релаксационный супероператор имеет вид

$$L = -\left(\Gamma_{in}^{kl}/4\right) [\hat{n}_{kl}, \odot]^2,$$

где $\hat{n}_{kl} = \hat{P}_{ll} - \hat{P}_{kk}$ – оператор инверсии населённостей kl-подсистемы и Γ_{in}^{kl} – соответствующая скорость дефазировки. Этот тип чистой дефазировки связан не только с дефазировкой самого kl-перехода, но и вносит вклад в дефазировку всех переходов смежных с рассматриваемым. Тем не менее, удобно выделить дефазировку только выделенного kl-перехода, используя разложение

$$[\hat{n}_{kl}, \odot]^2 = 4(\hat{P}_{kk} \odot \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{ll} \odot \hat{P}_{kk}) + [\hat{I}_{kl}, \odot]^2,$$

где $\hat{I}_{kl} = \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{kk}$ – оператор суммарной населенности *kl*-подсистемы. Соответствующий вклад первого члена

$$L_{in}^{kl} = -\Gamma_{in}^{kl} \left(\hat{P}_{kk} \odot \hat{P}_{ll} + \hat{P}_{ll} \odot \hat{P}_{kk} \right)$$

описывает чисто внутреннюю дефазировку без влияния на смежные переходы. Если использовать все независимые параметры Γ_{in}^{kl} , то возможно представить дефазировку всех переходов, используя только соотношение (). Однако в целях простоты отображения физической природы дефазировки, удобно ввести другой вклад, связанный с одинаковой дефазировкой через оба k-й и l-й уровень любого другого уровня в отсутствие воздействия на сам kl-переход, то-есть "внешнюю" дефазировку:

$$L_{ex}^{kl} = -\Gamma_{ex}^{kl} [\hat{I}_{kl}, \odot]^2$$

где Γ_{ex}^{kl} – соответствующая скорость дефазировки. Соответственно, полный супероператор упругой дефазировки описывается суммой

$$L_{e} = \sum_{k < l} \left(L_{in}^{kl} + L_{ex}^{kl} \right).$$
 (6)

Супероператор лазерной расстройки зависит от типа рассматриваемого резонанса и обычно может быть представлен в форме антисимметричного супероператора, представленного в виде коммутатора с операторами населенностей

$$L_{\delta} = i \sum_{k} \delta_{k} \left(\hat{P}_{kk} \odot - \odot \hat{P}_{kk} \right), \tag{7}$$

где δ_k – массив частотных расстроек. Взаимодействие с лазерным полем может быть представлено в форме антисимметрического коммутатора с операторами поляризации

$$L_{i} = -\frac{i}{2} \sum_{k < l} \Omega_{kl} \left[(\hat{P}_{kl} + \hat{P}_{lk}), \odot \right]$$
(8)

где Ω_{kl} – двумерный массив частот Раби *kl*–переходов.

После введения символического представления полного эволюционного супероператора (4) и его составляющих (5), (6), (7), (8) могут быть рассчитаны $N^2 \times N^2$ -матричные представления $L_i, L_r, L_e, L_\delta, L_i$ с использованием формулы

$$L_{mn} = \left(\hat{e}_m, L\hat{e}_n\right),\tag{9}$$

где $\{\hat{e}_k\}$ – ортонормированный базис. Последний удобно выразить через операторы \hat{P}_{kl} –переходов, представленные $N \times N$ –матрицами с единственным ненулевым kl– элементом $P_{kl}(k,l) = 1$. Удобно предположить, что нумерация уровней выбрана в соответствии с возрастанием их энергий $E_1 \leq E_2 \leq ... \leq E_N$. Соответствующий базис строится следующим образом:

$$\hat{e}_{j(k,l)} = \begin{cases} \hat{P}_{kk}, & k = l; \\ \frac{\hat{P}_{kl} + \hat{P}_{lk}}{\sqrt{2}}, & k < l; \\ -i\frac{\hat{P}_{kl} - \hat{P}_{lk}}{\sqrt{2}}, & k > l, \end{cases}$$
(10)

где j(k,l)-нумерующий индекс, т.е. взаимно-однозначное соответствие двумерного множества чисел kl: k,l = 1,N в одномерный индекс j=1, N^2 . Он, в частности, может быть конкретизирован нижеследующим, универсальным для любых N образом:

$$j = \begin{cases} k, & k = l; \\ (2k-1)N - (k+1)^2 + k + 2l, & k < l; \\ (2l-1)N - (l+1)^2 + l + 2k + 1, & k > l, \end{cases}$$
(11)

Изложенная техника эффективна для расчетов, связанных как с решением проблемы стационарного состояния, так и с решением полной спектральной задачи для эволюционного супероператора L_t. Стационарная матрица плотности $\hat{\rho}_{st}$ определяется как собственный бра-вектор $\langle \hat{\rho}_{st} | = \langle 0 |$, соответствующий нулевому собственному значению, соответствующего матричного представления полного Лиувиллиана:

$$\langle 0|L_t=0.$$

Для расчета средних значений населенностей уровней n_N требуется рассчитать соответствующее векторное представление $\langle 0 |$ стационарной матрицы плотности $\hat{\rho}_{st}$, разрешив уравнение $\langle 0 | L_t = 0$. При этом в рассматриваемом базисе с $\hat{e}_1 = \hat{P}_{11}, \hat{e}_2 = \hat{P}_{22}, \dots, \hat{e}_N = \hat{P}_{NN}$ первые три элемента вектора $\langle 0 |$ описывают населенности и должны быть соответственно нормированы, так что бра-вектор стационарной матрицы плотности $\langle 0 |$ следует использовать в нормированной форме

$$\langle 0 | \rightarrow \frac{\langle 0 |}{\langle 0 |_1 + \langle 0 |_2 + \ldots + \langle 0 |_N},$$
 (11)

что автоматически обеспечивает правильный знак рассчитываемых величин. Средние значения населенностей при этом совпадают с соответствующими компонентами:

$$\langle n_k \rangle = \langle 0 |_k, k = 1, N, \qquad (12)$$

а комплексные амплитуды переходов выражаются через соответствующие компоненты с k > N.

В соответствии с приведенными выше формулами, разработанная на Фортране компьютерная программа рассчитывает матрицу полного Лиувиллиана в базисе (10), имеющую размерность $N^2 \times N^2$. Затем находятся собственные значения и собственные векторы этой матрицы. Вектор, соответствующий нулевому собственному значению, соответствует стационарному решению и представляет собой стационарное значение матрицы плотности после нормировки по формуле (11). Средние значения населенностей при этом рассчитываются по формуле (12). Результаты расчетов выводятся в текстовый файл и обрабатываются при помощи программы "Origin 5.0".

4. Результаты компьютерных расчетов.

4.1. КПН в трехуровневой системе.

Для сопоставления имеющихся литературных данных по КПН [2,7] с результатами расчета по разработанной компьютерной программе были исследованы условия возникновения КПН при различных параметрах трехуровневой системы. В данной программе трехуровневая система характеризовалась следующими параметрами:

- γ_{13} , γ_{23} –скорости радиационного распада возбужденного уровня 3 на уровни 1 и 2.

- Ω_{13}, Ω_{23} - частоты Раби 13 и 23-переходов,

- Γ_{l2} -скорость дефазировки уровней 1 и 2 (~10⁻¹-10⁻³ γ_{13}).

- *δL*, *δR* –лазерная и рамановская расстройка возбуждающих лазерных полей, соответственно.

При расчете указанные параметры были представлены в единицах γ_{13} (~1МГц).

На рисунках 3-5 приведены результаты расчета КПН в трехуровневой системе. КПН наблюдается при рамановской расстройке $\delta R = 0$ в широком диапазоне значений частот Раби. Ширина резонанса сильно зависит от интенсивности лазерных полей.

Как видно из рис. 3, увеличение интенсивности лазерных полей приводит к резкому уширению рамановского резонанса. При этом ширина провала порядка частоты Раби. Путем снижения интенсивности лазерных полей можно добиться очень узкого резонанса в исследуемой системе, например, при скорости дефазировки $\Gamma_{12} = 0.08$, предельная частота Раби, при которой наблюдается КПН ~ 0.07 и ширина резонанса ~ $1/6 \gamma_{13} \sim 0.2$ МГц.

Увеличение скорости дефазировки (рис. 4) при постоянной интенсивности лазерного излучения приводит к уменьшению глубины резонанса.

Как известно, при КПН в системе возникают особые состояния из которых атом не возбуждается даже при наличии резонансных полей (когерентные состояния системы). В этих состояниях вся населенность Λ -системы распределена между нижними уровнями. Однако, как видно из рис.5, отношение частот Раби (интенсивностей возбуждающих резонансных лазерных полей) влияет на вклад уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$ в образующееся когерентное состояние.

При отношении $\Omega_2 / \Omega_1 = 0.25$ населенности уровней $|1\rangle$ и $|3\rangle$ примерно одинаковы. При резонансе населенность системы накапливается на уровне $|2\rangle$, а уровни $|1\rangle$ и $|3\rangle$ расселяются практически одинаково.

При $\Omega_2 / \Omega_1 = 1$ населенность уровня $|1\rangle$ растет с уменьшением рамановской расстройки, и достигает $n_1 = 0.5$ при $\delta R = 0$. Резонанс проявляется в том, что населенность с уровня $|3\rangle$ перекачивается на уровень $|2\rangle$ и при $\delta R = 0$ уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$ заселены поровну.

При $\Omega_2 / \Omega_1 = 4$ практически вся населенность системы при резонансе накапливается на уровне $|1\rangle$, а уровень $|2\rangle$ заселен слабо $n_2 \sim 0.05$. Таким образом, изменение отношения интенсивностей действующих лазерных полей позволяет изменять вклад каждого из нижних состояний системы в образующееся когерентное состояние.

4.2 КПН в трехуровневой системе с вырождением.

Представляет интерес исследование КПН в вырожденной трехуровневой системе. В такой системе на формирование КПН должно оказывать существенное влияние состояние поляризации взаимодействующих лазерных полей, от которого должна зависеть не только интенсивность, но и форма резонансов. В частности, исследуемая нами трехуровневая система $4f^{6}6s^{2}({}^{7}F_{0}) \rightarrow 4f^{6}({}^{7}F)6s6p({}^{3}P^{0}){}^{9}F_{1}^{0} \rightarrow 4f^{6}6s^{2}({}^{7}F_{1})$ уровней атома самария вырождена по проекции полного момента уровней $|2\rangle$ и $|3\rangle$. Каждый из вырожденных уровней содержит 2J+1=3 подуровней, которые отличаются проекциями момента т. Рассмотрим различные варианты поляризации возбуждающих лазерных полей.

4.2.1. Поле накачки и пробное поле являются плоскополяризованными волнами, E1 || E2.

Ось квантования системы направлена параллельно электрическому вектору поля накачки E1, под действием этого поля совершаются переходы, удовлетворяющие правилу отбора $\Delta m=0$ (переход $|1\rangle - |6\rangle$).Так как E2 || E1, то для поля E2 также

выполняется правило отбора $\Delta m=0$ (переходы $|2\rangle - |5\rangle$, $|4\rangle - |7\rangle$, переход $|3\rangle - |6\rangle$ – запрещен).

Как видно из рис. ба резонансные переходы не образуют Λ -системы. Однако, как подтверждается расчетами (рис. 6б), система все же переходит в состояние, не взаимодействующее с возбуждающими полями (населенности уровней $|5\rangle$, $|6\rangle$, $|7\rangle$ равны нулю). Причина этого заключается в том, что под действием процессов релаксации резонансно заселяемый полем E1 $|6\rangle$ уровень расселяется на уровни $|2\rangle$ и $|4\rangle$. Второе поле E2 расселяет уровни $|2\rangle$ и $|4\rangle$, возбуждая уровни $|5\rangle$ и $|7\rangle$, которые расселяются путем спонтанного распада на уровень $|3\rangle$, не взаимодействующий ни с полем E1, ни с полем E2. После того, как вся населенность сосредоточена на уровне $|3\rangle$, возбуждение в системе прекращается. Этот результат, также можно рассматривать как КПН, однако он не носит резонансный характер [2] ("оптическая накачка").

4.2.2. Поля Е1 и Е2 имеют круговую поляризацию.

В зависимости от поляризаций действующих лазерных полей могут возникать качественно различные ситуации, которые иллюстрируются рис. 7(а-д).

4.2.2.1. В том случае, если волны E1 и E2, распространяющиеся в одном направлении, имеют одинаковые круговые поляризации, то под действием полей совершаются переходы, удовлетворяющие правилу отбора Δm =-1 или Δm =+1 (рис. 7 а,б). При этом система уровней распадается на одну Λ -систему и один не связанный с ней резонансный переход. В этом случае, также как в невырожденной трехуровневой системе, наблюдается КПН, однако, он проявляется слабее, чем в обычной трехуровневой системе.

4.2.2.2. Если волны E1 и E2 имеют противоположные круговые поляризации (рис. 7в,г), то система распадается на ряд резонансных двухуровневых систем, а Λ -система не образуется, и резонанс КПН не возникает.

Если каждое из полей E1 и E2 представляют собой суммы право- и левополяризованных компонент, то в этом случае поля возбуждают переходы, удовлетворяющие правилу отбора $\Delta m = \pm 1$. В этом случае, как видно из рис. 7 д образуются две Λ -системы, имеющие общие нижние уровни, поэтому резонанс КПН достигается при рамановской расстройке $\delta R = 0$. Резонанс КПН в такой системе имеет место, но его величина при прочих равных условиях существенно меньше, чем для обычной трехуровневой Λ -системы (рис 8). Причина этого заключается в том, что значительная часть населенности системы, как видно из рис. 86, накапливается на уровнях $|2\rangle$ и $|4\rangle$, которые не участвуют в образовании связанных Λ -систем. В то же время высокая степень заселения уровней $|2\rangle$ и $|4\rangle$ приводит к тому, что заселенность верхних уровней становится очень низкой (для случая приведенного на рис. 7д заселенность уровней $|5\rangle$, $|6\rangle$, $|7\rangle$ порядка $10^{-5} - 10^{-7}$), и система слабо взаимодействует с полем даже в отсутствие резонанса.). Ширина резонанса снижается от $40\gamma_{13}$ (для обычной трехуровневой системы) до $10\gamma_{13}$ (для вырожденной) при $\Omega_{13} = \Omega_{23} = 40$. Как и для обычной трехуровневой системы, изменение соотношения интенсивностей лазерных полей (отношение частот Раби Ω_2 / Ω_1) приводит к перераспределению заселенностей нижних уровней при резонансе (сравнить рис. 5 и рис. 8).

4.3. 7-и уровневая система (снятие вырождения в магнитном поле).

Наложение магнитного поля приводит к расщеплению вырожденных уровней и, следовательно, к снятию вырождения. Система становится семиуровневой. На возникновение КПН и форму резонансной кривой в такой системе по-прежнему значительное влияние должна оказывать поляризация возбуждающих лазерных полей. Кроме того, расщепление уровней должно приводить к возникновению нескольких резонансов КПН на разных частотах лазерных полей. Рассмотрим несколько вариантов взаимной ориентации векторов магнитного поля H₀ и векторов поляризации полей E1 и E2.

4.3.1. Конфигурация полей Е1 || Е2, H₀ ⊥ Е1, Е2.

В этом случае, каждое из линейно поляризованных полей можно рассматривать в виде суммы право- и левополяризованных компонент. Под действием как поля E1, так и поля E2, совершаются переходы удовлетворяющие правилу отбора $\Delta m=\pm 1$. Как и в пункте 4.2.2.2 также образуются две Λ -системы, имеющие общие нижние уровни, однако, резонансное возбуждение уровней $|5\rangle$ и $|7\rangle$ происходит на частотах смещенных относительно ω_{16} на частоту ω_{zeem} , соответствующую величине зеемановского расщепления верхнего уровня вырожденной трехуровневой системы (рис. 9а). Общие нижние уровни этих Λ -систем не испытывают смещения при наложении магнитного поля (m=0), поэтому резонанс КПН, как и в пункте 4.2.2.2 должен наблюдаться при δR=0.

Результаты расчета заселенностей верхних возбужденных уровней приразличных расстройках δL и δR представлены на рис. 9 б,в,г. Эти рисунки представляют собой карты населенностей уровней на которых одинаковая населенность отмечена линиями уровня. Эти рисунки наглядно демонстрируют, что резонанс КПН (резкое падение населенностей уровней $|5\rangle, |6\rangle, |7\rangle$) наблюдается при $\delta R=0$. При частотных расстройках поля накачки E1 $\delta L = \pm \delta_{1\text{zeem}}$ наблюдается рост населенностей уровней, соответствующий однофотонному резонансу на переходах | 1>- $|5\rangle$, $|1\rangle$ - $|7\rangle$. Из рис. 9 б,в,г видно также, что минимальная ширина резонанса достигается при $\delta L=0$. По мере роста δL глубина резонанса уменьшается, а ширина растет. Эти выводы подтверждаются также рис. 10а,б, на которых приведена зависимость резонанса КПН при разных лазерных расстройках. Характерной особенностью резонанса КПН в такой системе является его чрезвычайно малая ширина при значительной интенсивности лазерных полей (рис. 11). При частотах Раби в диапазоне от 20 до 80, при зеемановском расщеплении верхних возбужденных уровней 200 и бL=0 ширина резонанса составляет порядка 0.05-0.15 у13. Как и для обычной трехуровневой системы рост интенсивности полей Е1 и Е2 расширяет резонанс, а снижение интенсивности уменьшает и глубину, и ширину резонанса. Интересно отметить, что на величину резонанса оказывает существенное влияние также величина зеемановского расщепления верхних уровней, в частности, сближение уровней ведет к уширению резонанса при прочих равных условиях (рис. 12).

4.3.2. Конфигурация полей $E1 \perp H_0$, $E2 \parallel H_0$.

В соответствии с правилами отбора для выбранной конфигурации полей под действием поля E1 происходят переходы с $\Delta m=\pm 1$, а под действием поля E2 – с $\Delta m=0$. В этом случае система уровней разбивается на две Λ -системы (рис. 13 а) для которых общим является только исходный уровень $|1\rangle$.Уровни $|2\rangle$ и $|4\rangle$ каждой из Λ -систем смещены относительно уровня $|3\rangle$ на величину зеемановского расщепления Δ_2 . Соответственно, следует ожидать, что резонанс КПН в этих системах должен наблюдаться при рамановских расстройках $\delta R =\pm \omega_{2zeem}$. Результаты рассчета приведенные на рис. 136,в подтверждают это предположение. Частота ре-

зонанса КПН смещается при прочих равных условиях в соответствии с изменением зеемановского расщепления. При $\delta L=0$ слабые резонансы наблюдаются при $\delta R = \pm \omega_{2zeem}$. Когда лазерное поле E1 находится в резонансе с переходом $|1\rangle - |5\rangle$ или $|1\rangle - |7\rangle$ активизируется одна из Λ -систем, и в этом случае резонанс ярко выражен либо при расстройке $\delta R = +\omega_{2zeem}$, либо $\delta R = -\omega_{2zeem}$. (рис. 13 б,в $\delta L = \pm 200$, $\delta L = \pm 100$). При такой схеме возбуждения уровней основная населенность системы сосредоточена на уровне $|3\rangle$. Атомы попадают на этот уровень благодаря спонтанному распаду верхних возбужденных состояний, и находясь на уровне $|3\rangle$ атомы перестают взаимодействовать с полем. Остаточная населенность распределяется между уровнями $|1\rangle$, $|2\rangle$ и $|4\rangle$, при этом верхние уровни очень незначительно заселены, в связи с чем наблюдаются слабые резонансы КПН.

4.3.3. Конфигурация полей Е1 || H₀, E2 ⊥ H₀.

При выбранной конфигурации E1 E2 и H₀ (рис. 14a) для дипольных переходов выполняются следующие правила отбора: для поля E1 Δm=0 для поля E2 Δm=±1. В этом случае семиуровневая система также распадается на две Л-системы, имеющие общий верхний возбужденный уровень. Уровни $|2\rangle$ и $|4\rangle$, относящиеся к разным Λ -системам, смещены относительно уровня $|3\rangle$ на величину зеемановского расщепления. Соответственно, как и в пункте 4.3.2 резонанс КПН должен наблюдаться при рамановских расстройках $\delta R = \pm \omega_{2zeem}$. На рис.14б в качестве примера приведена карта заселенности уровня $|6\rangle$ в зависимости от расстроек δR и δL . При δR и $\delta L = 0$ наблюдается максимальная заселенность уровня $|6\rangle$, связанная с однофотонным резонансом поля E1 и перехода $|1\rangle - |6\rangle$. На частотах $\delta R = \pm 100$, соответствующих зеемановскому расщеплению, отчетливо виден резонанс КПН. На рисунке 15в, для сравнения, представлены заселенности уровней $|5\rangle$, $|6\rangle$ и $|7\rangle$ при δ L=0. Видно, что привыбранном способе возбуждения семиуровневой системы, уровни $|5\rangle$ и $|7\rangle$ не заселяются, а на уровне $|6\rangle$ наблюдаются два резонанса КПН. Из представленных на рис. 15б зависимостей населенности уровней $|4\rangle$ и $|2\rangle$ от δR следует, что перестройка частоты поля Е2 приводит к симметричной перекачке населенностей с уровня $|2\rangle$ на уровень $|4\rangle$ и наоборот. При $\delta R=0$ достигается равная заселенность этих уровней, при $\delta R = \pm 100$ достигается резонанс КПН, приводящий к резкому росту заселенности первого уровня за счет более сильно заселенного уровня $|2\rangle$ или уровня $|4\rangle$, в зависимости от знака δR .

Этот способ возбуждения семиуровневой системы представляет особенный интерес, т. к. сосредоточенная на уровне $|2\rangle$ или $|4\rangle$ населенность (порядка 1) при достижении резонанса КПН скачкообразно перебрасывается на уровень $|1\rangle$ (~0.5) и на уровень $|4\rangle$ или $|2\rangle$ (~0.4). Таким образом КПН приводит к сильному эффекту изменения заселенностей на нижних уровнях.

5. Выводы.

В трехуровневой Л-системе, уровни которой соответствуют различным Ј≠0, существует вырождение каждого из трех уровней. Такое вырождение качественно изменяет характаристики и условия возникновения резонанса КПН. Когда такая система помещается в магнитное поле, снимающее вырождение, трехуровневая система преобразуется в N-уровневую, достижение резонанса КПН в которой связано не только с характеристиками самой системы, интенсивностями и частотами возбуждающих полей, но и с состоянием их поляризации. При различных конфигурациях поляризаций N-уровневая система распадается на ряд обычных Λ -систем, имеющих один или два общих уровня. Для исследуемой в настоящей работе семиуровневой системы возможны три основных разбиения на связанные Л-системы (рис. 9а, 13а, 14а.). Более сложные варианты возбуждения достигаются при комбинации этих трех основных разбиений. Приведенные выше результаты показывают, что большое количество нижних уровней часто приводит к аккумуляции значительной населенности на тех из них, которые не участвуют в образовании Λ -систем. Накопившаяся в так называемых "карманах" населенность исключается из процесса образования КПН, поэтому, как правило, верхние уровни заселены слабо, а наблюдаемые резонансы КПН не велики по абсолютной величине. Основные закономерности КПН в трехуровневых системах, такие как рост ширины резонанса с ростом интенсивности возбуждающих полей, а также уменьшение глубины резонанса с ростом скорости дефазировки, сохраняются и для многоуровневых систем. Однако, как видно из сравнения рис. 3 и рис. 11 при прочих равных условиях ширина резонансов в семиуровневой системе может быть снижена примерно на два порядка. Кроме того, наличие зеемановского расщепления нижних уровней приводит к тому,

что КПН может наблюдаться не на одной частоте сканирующего поля, а на частотах, соответствующих зеемановскому расщеплению нижних уровней.

6. Заключение.

Написана программа на языке Фортран для расчета населенностей уровней в произвольной N-уровневой системе, пригодная для использования для больших значений N>10. Её важной особенностью является использование минимально необходимого числа входных параметров, которые существенно меньше числа матричных элементов $N^2 \times N^2$, фигуригующих в рассматриваемом уравнении Лиувилля для матрицы плотности.

Численно исследовано возникновение резонанса КПН в трехуровневой, трехуровневой вырожденной и семиуровневой системах при определенных поляризациях внешних полей, а также в широком диапазоне расстроек и диапазоне изменения интенсивностей возбуждающих лазерных полей.

В настоящей работе разработанная программа применена для исследования стационарных спектров поглощения и распределения населенностей по атомным уровням для случая семиуровневой модели атома самария.

Выяснена возможность применения данной программы к расчетам 48уровневой системы, которая возникает при наиболее детальном исследовании Λ системы в атоме цезия с N = 48, исследуемой в экспериментах [11].

Литература.

- 1. Arimondo, Progress in Optics XXXV (E.Wolf), pp. 257-354 (1996)
- 2. Летохов В.С., Чеботаев В.П. Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения. Москва, "Наука", (1990)
- Arimondo E., Orriols G. Nuovo Cimento Lett. 1976, 17, 333.
 Orriols G. Nuovo Cimento. B. 1979, 53, 1.
- Alzetta G., Gozzini A., Moi L., Orriols G. Nuovo Cimento. B. 1976, 36, 5. Takagi K., Curl R.F., Su R.T.M. Appl. Phys. 1975, 7, 181.
- 5. Gray H.R., Whitly R.M., Stroud C.R., Jr. Opt. Lett. 1978, 3, 218.
- Alzetta G., Moi L., Orriols G. Nuovo Cimento. B. 1979, 52, 209; Opt. Commun. 1982, 42, 335.
- 7. Агапьев Б.Д., Горный М.Б., и др., УФН **163**, 1, 1993.
- 8. R. Wynads, A. Nagel. Appl. Phys. B 68, 1-25, 1999.
- 9. Собельман И.И. Введение в теорию атомных спектров. Москва, "Наука", 1977.
- 10. Гришанин Б.А. Квантовые случайные процессы. 1996.

11. A.Nagel, R.Wynands, D.Meschede, B.A.Grishanin, V.N.Zadkov, "Light shift of coherent populatoin trapping resonances", in: EQEC'98, Ntchn Digest, p.TQhC2, Slasgow, Scotland, UK, 1998.



Рис.1.Трехуровневая схема взаимодействия атома со световым полем. ω_{L1} и ω_{L2} - частоты лазерных полей, γ_{13} , γ_{23} , γ_{12} -скорости релаксации населенностей, Γ_{13} , Γ_{23} , Γ_{12} - скорости дефазировки, δL -лазерная расстройка, δR - рамановская расстройка



Рис.2.7-семиуровневая схема взаимодействия атома со световым полем. ω_{L1} и ω_{L2} - частоты лазерных полей, γ_{51} , γ_{61} , γ_{71} , γ_{ij} -скорости релаксации населенностей уровней, Γ_{12} , Γ_{13} , Γ_{14} - скорости дефазировки, δL -лазерная расстройка, δR - рамановская расстройка, Δ_1 , Δ_2 -частоты

зеемановского расщепления уровней





Рис 3 (а,б). Зависимость населенности 3-го уровня от интенсивности лазерных полей.







Рис 5 (а,б,в,). Влияние отношения частот Раби Ω_2/Ω_1 на вклад уровней 1 и 2 в образующееся когерентное состояние.



Рис.6а. Трехуровневая система с вырождением. Схема возбуждения уровней.



Рис. 6б. График зависимости населенностей уровней в трехуровневой вырожденной системе от рамановской расстройки при возбуждении двумя лазерными полями по схеме $6a.\Omega_1 = \Omega_2 = 40$, $\Gamma_{12} = 0.008$



Рис.7(а, б, в, г, д). Различные схемы возбуждения вырожденной трехуровневой системы циркулярно поляризованными лазерными полями.



трехуровневой системы от рамановской расстроики при возоужде по схеме 7 д. Для разных значений Ω_2/Ω_1 , ширина резонанса КПН составляет 7-12 \wp_{13} при Ω_1 = 40.Населенность уровней 5,6,7 около 10⁻⁴-10⁻⁵, зависимость от dR аналогична рис.8б.



1 (J=0, M=0) Рис. 9а. Схема возбуждения семиуровневой системы









Рис. 10(а, б). Резонанс КПН в семиуровневой системе при возбуждении по схеме 9а.

0,000092 0,000090 а 0,000088 0,000086 уровень 5,7 Населенность уровень 6 -0,000084 $\Omega_1 = 4, \Omega_2 = 4,$ 0,000082 Δ_1 =200, Δ_1 =100 0,000080 0,000078 0,000076 0,000074 0,1 -0,1 0,2 -0,3 -0,2 0,0 0,3 dR



Рис.11(а,б).Изменение глубины и ширины резонанса КПН с ростом интенсивности лазерных полей (возбуждение по схеме 9а) Ширина резонанса около 0.1 \wp_{13} .



Рис. 11в. Резонанс КПН на 6-ом уровне при возбуждении по схеме 9а.



Рис.12. Уширение резонанса КПН при уменьшении зеемановского расщепления уровней. Ширина резонанса около 0.2 \wp_{13} .



Рис.13 а. Схема возбуждения семиуровневой системы с указанной ориентацией полей Е1, Е2, Н₀.



Рис.13 (а, б, в). Резонансы КПН в семиуровневой системе при возбуждении по схеме 13 а. Минимальная ширина резонансов достигается при dL= +0.1, dL= -1. Уменьшение Δ_2 ведет к уширению резонансов с 12 при Δ_2 = 100, до 30 при Δ_2 = 200.



Рис. 14а. Схема возбуждения уровней семиуровневой системы при указанной конфигурации полей.



системы по схеме 14а.



при возбуждении по схеме 14а.