

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ*

**Изучение влияния диполь-дипольного взаимодействия на динамику  
атомов в оптической дипольной ловушке**

Дипломная работа

студента 625 группы

Янышева Д. Н.

“допущен к защите”

“ ” декабря 2002 г.

зав. кафедрой ОФ и ВП

---

проф. Макаров В. А.

Научный руководитель

---

к. ф.-м. н., доцент

Задков В. Н.

Москва 2001

## **Аннотация**

Промоделирована динамика атомов, захваченных в дипольную оптическую ловушку, и выявлена роль диполь-дипольных взаимодействий между атомами. Изучен процесс выхода атомов из оптической дипольной ловушки за счет РДДВ между атомами. Результаты расчетов качественно совпадают с опубликованными результатами проведенных экспериментов. Предложена схема эксперимента по выявлению роли диполь-дипольного взаимодействия между атомами в ловушке, в которой эффект взаимодействия значительно усиливается за счет излучения пробного лазера резонансного частотам переходов атомов.

# Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>4</b>
<b>2 Модель оптической дипольной ловушки</b>	<b>5</b>
2.1 Теория дипольных ловушек . . . . .	5
2.2 Экспериментальные параметры дипольных ловушек . . . . .	7
<b>3 Модель РДДВ и динамики атомов в ловушке</b>	<b>8</b>
3.1 Дальнодействующее РДДВ . . . . .	8
3.2 Короткодействующее РДДВ . . . . .	12
<b>4 Моделирование динамики атомов в ловушке</b>	<b>15</b>
4.1 Построение модели . . . . .	15
4.2 Предварительные оценки . . . . .	16
4.3 Пакет для моделирования динамики атомов в ловушке . . . . .	18
<b>5 Результаты моделирования</b>	<b>18</b>
<b>6 Заключение</b>	<b>26</b>
<b>7 Благодарности</b>	<b>28</b>
<b>Литература</b>	<b>29</b>

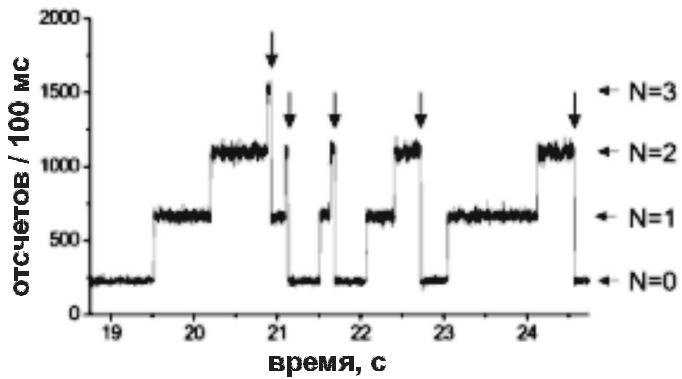


Рис. 1: Пример экспериментальной зависимости потери атомов дипольной ловушкой [4]. На графике показан типичный флуоресценческий сигнал на фотодиоде, где  $N$  — количество захваченных атомов.

## 1 Введение

В последнее время, в экспериментальных работах, связанных с изучением атомов в оптических дипольных ловушках, удалось добиться управления и перемещения одиночных атомов [5], что является необходимым инструментом для изучения как одиночных атомов, так и их взаимодействия. В ряде экспериментальных работ был обнаружен эффект выхода атомов из ловушки [4]. В случае одиночного атома выход происходит из-за нагревания атома, связанного с оптическим возбуждением, или из-за столкновения с буферным газом<sup>1</sup>. В случае нескольких атомов, в пределе двух, механизм потерь уже может быть другим. Так, например, когда атомы находятся в одной потенциальной микрояме, между ними могут происходить холодные столкновения (столкновительный процесс), что приводит к выходу атомов из ловушки (см. рис. 1, 2). Существует еще один механизм нагревания атомов, который, как мы предполагаем, может являться следствием радиационного диполь-дипольного взаимодействия (РДДВ) атомов между собой на больших расстояниях (диффузионный процесс). При РДДВ динамика атомов оказывается скоррелированной. Эти корреляции являются следствием радиационной силы, которая скоррелирована для близких атомов за счет взаимодействия через испускаемые фотоны. Для изучения роли этих корреляций и эффекта выхода атомов из ловушки мы рассматриваем в нашей работе динамику атомов в ловушке под действием слабого пробного лазерного поля, настроенного на частоту атомного перехода. Это приводит к увеличению радиационных флуктуаций и корреляций в динамике атомов.

<sup>1</sup> В нашей работе этот механизм не рассматривается, механизм потерь не является принципиально неустранимым, в то время как резонансное диполь-дипольное взаимодействие является фундаментальным для атомов в ловушке.

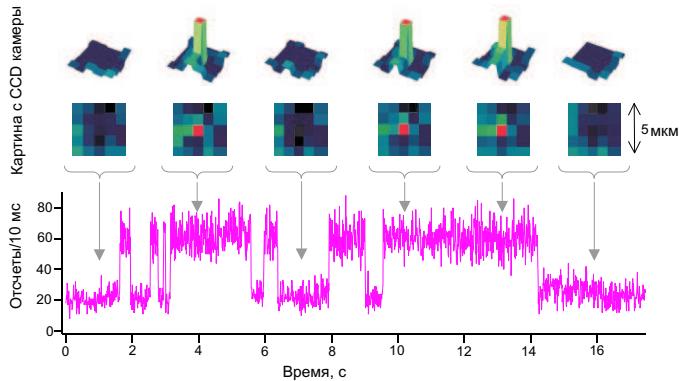


Рис. 2: Пример экспериментальной зависимости потери атомов дипольной ловушкой [3]. На графике показана типичная картина флуоресценции.

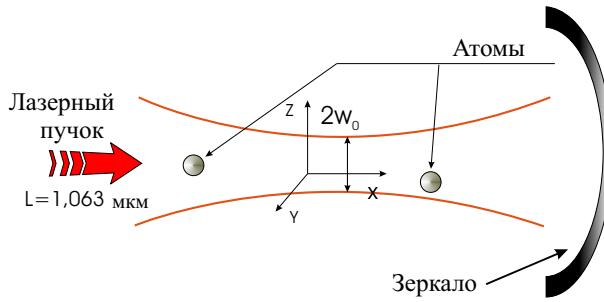


Рис. 3: Схема оптической дипольной ловушки, используемой в работе.

## 2 Модель оптической дипольной ловушки

### 2.1 Теория дипольных ловушек

В данной работе мы рассматриваем стохастическую динамику двух захваченных атомов под действием пробного резонансного лазерного излучения в оптической дипольной ловушке, созданной двумя встречно направленными пучками, далеко отстроенными от атомного перехода лазера в красную область (см. рис. 3).

Под воздействием лазерного поля у атома, захваченного в оптическую дипольную ловушку, наводится дипольный момент

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — комплексная поляризация,  $\vec{E}$  — вектор электрического поля. Таким образом, при взаимодействии лазерного поля с наведенным дипольным моментом атома мы получаем потенциальную энергию

$$U = -\frac{1}{2} \langle \vec{p} \vec{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} Re(\alpha) I, \quad (2)$$

где угловые скобки означают усреднение по периоду колебания волны возбуждающего поля, а  $I$  — интенсивность лазерного пучка. Будем рассматривать далее для определенности

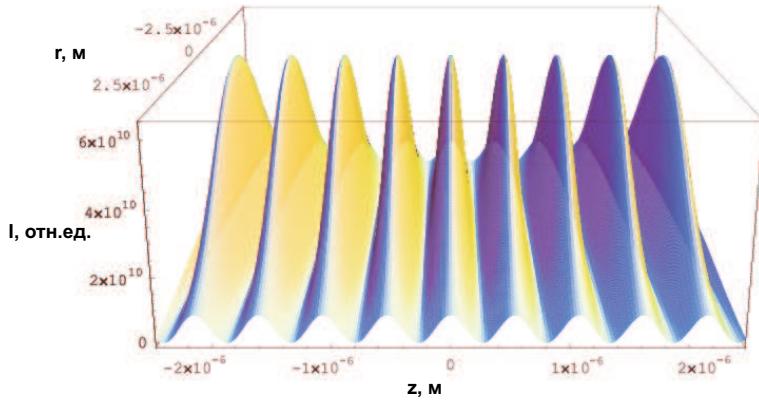


Рис. 4: Распределение интенсивности в стоячей волне образованной двумя пучками. Пучки направлены антиколлинеарно вдоль оси  $z$ .

атомы цезия ( $\text{Cs}$ ), захваченные в оптическую дипольную ловушку<sup>2</sup>. Так как в нашей работе мы рассматриваем линейную поляризацию лазерного пучка, то мы должны учитывать при расчете потенциала ловушки для атомов  $\text{Cs}$  дублетность верхнего уровня, т.е. переходы  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}, ^2P_{3/2}$  (D-линия). Используя квазиклассическое приближение и пренебрегая сверхтонким расщеплением получаем для оптической дипольной ловушки следующий вид потенциальной энергии:

$$U(\vec{r}) = -\frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{2}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_1} \right) I(\vec{r}). \quad (3)$$

Здесь  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  соответствуют отстройке частот переходов  $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{1/2}$  и  $^2S_{1/2} \leftrightarrow ^2P_{3/2}$  от частоты возбуждающего поля,  $\Gamma$  — естественная ширина линии и  $\omega_0$  — частота резонансного перехода атома.

Будем считать профиль лазерного пучка формирующего ловушку гауссовым. Тогда за счет градиента интенсивности пучка по его профилю атомы в потенциале (см. рис. 3) локализуются в области максимальной интенсивности, т. е. в потенциальной яме. За счет того, что лазерные пучки, создающие ловушку, антиколлинеарно направлены, образуется стоячая волна интенсивности, которая образует последовательность потенциальных ям — одномерную решетку. Распределение интенсивности пучка мощности  $P$ , распространяющегося вдоль оси  $z$ , будет пропорционально  $\cos^2 kz$  и описывается как

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp \left( -2 \frac{r^2}{w^2(z)} \right) \cos^2(kz), \quad (4)$$

где  $r$  — радиальная координата (см. рис. 4). Полуширина пучка  $w(z)$  зависит от аксиальной координаты  $z$  как

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2}, \quad (5)$$

где  $w_0$  — радиус пучка в перетяжке и  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$  — Рэлеевская длина.

---

<sup>2</sup>Наиболее часто в экспериментах с оптическими дипольными ловушками используются атомы цезия и рубидия.

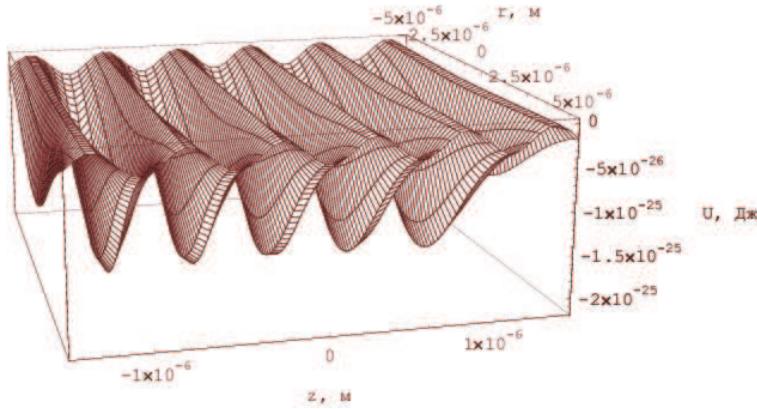


Рис. 5: Координатная зависимость потенциальной энергии в радиальном ( $r$ ) и аксиальном ( $z$ ) направлениях. На рисунке видна последовательность потенциальных ям (ячеек).

Если тепловая энергия  $k_B T$  атомов много меньше глубины потенциальной ямы  $U_0 = |U(r = 0, z = 0)| \approx 5 \times 10^{-27}$  Дж, создаваемой дипольной ловушкой, и атомы находятся в окрестности перетяжки пучка ( $r < w_0, z < z_R$ ), то в этом случае мы можем воспользоваться следующим приближением для распределения потенциала в дипольной ловушке (см. рис. 5):

$$U(r, z) = -U_0 \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \left[ 1 - 2 \left(\frac{r}{w_0}\right)^2 - \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 \right], \quad (6)$$

где  $U_0 = |U(r = 0, z = 0)|$  — потенциал в центре ловушки. Из формулы видно что в аксиальном направлении потенциальная энергия промодулирована с периодом  $\lambda/2$ . Частоты осцилляций захваченных атомов в первом приближении будут следующими:  $\omega_r = (4U_0/mw_0^2)^{1/2}$  — в радиальном направлении,  $\omega_z = k(2U_0/m)^{1/2}$  — в аксиальном.

За счет того, что атом находится в потенциале, создаваемом далеко отстроенным от атомных резонансов лазерным излучением, происходит смещение энергетических уровней атома. Таким образом, атом отстраивается от резонансной частоты пробного лазера. Эта отстройка зависит от положения атома в ловушке и равна потенциальной энергии атома в данной точке

$$\delta = \frac{U(r, z)}{\hbar}. \quad (7)$$

Далее в нашей работе мы будем считать, что отстроенным от атомного резонанса является пробный лазер. Данная отстройка практически не влияет на потенциал ловушки, так как она пренебрежимо мала по сравнению с отстройкой лазерного поля, создающего ловушку. Так, например, в центре ловушки отстройка  $\delta \sim 2 \times 10^9$  Гц, что много меньше отстройки лазерного поля, создающего ловушку, равной  $4 \times 10^{14}$  Гц.

## 2.2 Экспериментальные параметры дипольных ловушек

Параметры оптической дипольной ловушки, используемой нами для изучения динамики атомов, зададим близкими к параметрам экспериментальных установок. В нашей работе мы используем параметры установок, описанные в работах [4] и [3].

В первом случае, пучок Nd: YAG (1,063 мкм) лазера мощностью 4 Вт, формирующий ловушку, сфокусирован в перетяжку  $\sim 30$  мкм и имеет линейную поляризацию вдоль оси  $X$ . В качестве рабочих атомов используются атомы Cs в связи с тем, что Cs относится к группе щелочно-галлоидных металлов и имеет оптический переход в подходящей спектральной области — линии 856 нм и 892 нм. Мы рассматриваем атом как двухуровневую систему, т.е. переход с s-уровня на p-уровень, так как частота  $\Delta_{FS}$ , соответствующая тонкому расщеплению, много меньше частоты  $s \leftrightarrow p$  перехода. Время жизни атомов Cs в возбужденном состоянии  $T = 1/\gamma = 3,07 \times 10^{-8}$  с, что соответствует дипольному моменту перехода

$$d = 8,01 \times 10^{-18} \text{ СГСЕ.} \quad (8)$$

Во втором случае, лазерный пучок мощностью 3 мВт на длине волны 810 нм, формирующий ловушку, сфокусирован в перетяжку  $\sim 1$  мкм, и в следствии этого создается очень глубокая локализация атомов в ловушке. В качестве рабочих атомов используются атомы Rb так как они также как и атома Cs относятся к группе щелочно-галлоидных металлов и имеют оптический переход в подходящей спектральной области — линии 780 нм и 795 нм.

Варьируя интенсивность излучения пробного лазера, можно контролировать радиационную силу взаимодействия между атомами. Это также приводит к изменению потенциальной энергии ловушки, создаваемой сфокусированными пучками. За счет облучения атомов резонансным пробным полем, у них происходит перераспределение населенности. Вследствие чего уменьшается взаимодействие с далеко отстроенным от атомного перехода лазером, создающим ловушку. Таким образом, с учетом резонансного лазера, потенциальная энергия ловушки равна

$$U(\vec{r}) = -\frac{(n_1 - n_2)\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{2}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_1} \right) \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \cos^2(kz), \quad (9)$$

где  $(n_1 - n_2) = 1 - 2\tilde{g}_l^2/(1 + \tilde{\delta}^2 + 2\tilde{g}_l^2)$  — разность населенностей между нижним и верхним уровнем (см. рис. 6),  $\tilde{\delta} = \Delta/\Gamma$  и  $\tilde{g}_l = \Omega_R/\Gamma = dE/\hbar\Gamma$  — безразмерные отстройка и частота Раби, зависящие от пробного лазера.

### 3 Модель РДДВ и динамики атомов в ловушке

#### 3.1 Дальнодействующее РДДВ

При моделировании динамики атомов в оптической дипольной ловушке мы используем квазиклассическое приближение для радиационной силы. Учитывается как потенциал ловушки, созданный двумя антиколлинеарными пучками, так и флуктуации одиночного атома, вызванные спонтанным испусканием фотона, которые определяют механизм нагрева частиц и температурный предел допплеровского охлаждения (см. рис. 7).

Взаимодействие атомов на больших расстояниях, т.е. порядка длины волны лазерного поля, в ловушке будем моделировать как диффузионный процесс [12]. Для этого рассмотрим спонтанное излучение фотонов и обмен фотонов между атомами. Исходя из того, что расстояние между атомами порядка длины волны мы можем рассматривать динамику под действием дальнодействующего РДДВ как классический случайный процесс. Считая дипольное излучение атома белым шумом и вычисляя его спектр  $N$ , мы моделируем случайную силу, действующую на каждый атом. Спектр флуктуационной силы, действующей на

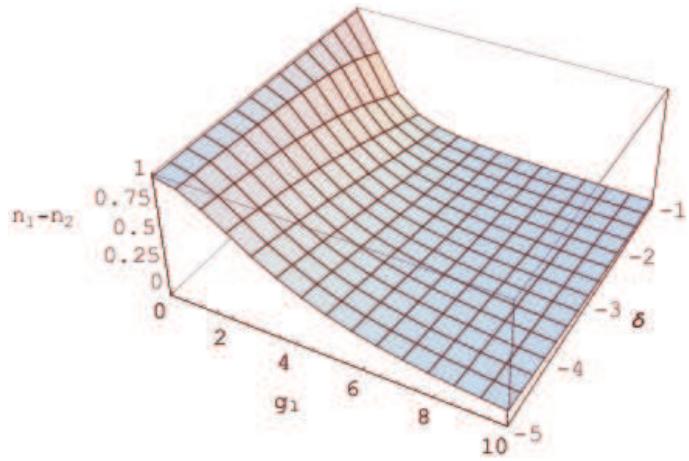


Рис. 6: Зависимость разности населенности между нижним и верхним уровнем в от безразмерной отстройки  $\delta$  и безразмерной частоты Раби  $g_L$ . Из рисунка видно, что при возрастании интенсивности поля и уменьшении отстройки поля происходит уменьшение разности населенности, и это приводит к потере взаимодействия атома с ловушкой и впоследствии к выходу из нее.

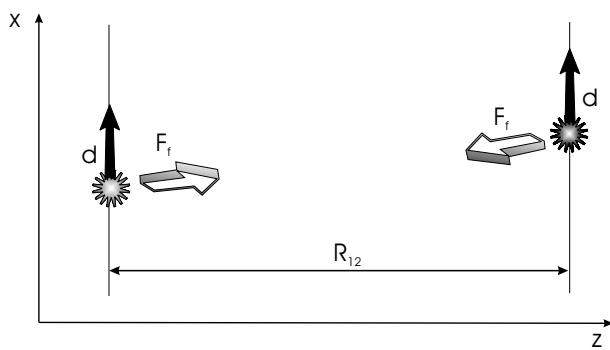


Рис. 7: Модель корреляций атомов в оптической дипольной ловушке.

одиночный  $i$ -й атом, имеет вид:

$$N_{ii} = \frac{\hbar\omega_0^5 d^2}{2\pi c^5} \langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_1^+ \rangle I_{11}. \quad (10)$$

Спектры флюктуационной силы взаимодействия между  $i$ -ым и  $k$ -ым атомом равны между собой:

$$N_{ik} = N_{ki} = \frac{\hbar\omega_0^5 d^2}{2\pi c^5} \langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle I_{12}, \quad (11)$$

где  $d = \sqrt{\frac{3\hbar c^3 \Gamma}{4\omega_0^3}}$  — дипольный момент перехода атома и  $\hat{\sigma}_\pm$  — оператор перехода. В случае коллинеарно направленных дипольных моментов атомов, перпендикулярных вектору соединяющему атомы и распространению лазерного излучения (см. рис. 7), мы имеем

$$I_{12} = \pi \begin{pmatrix} \tilde{I}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{I}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{I}_3 \end{pmatrix}, \quad I_{11} = \pi \begin{pmatrix} \frac{8}{15} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{16}{15} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{16}{15} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где

$$\tilde{I}_1 = \frac{4(9 - \varphi_{12}^2) \cos \varphi_{12}}{\varphi_{12}^4} - \frac{4(9 - 4\varphi_{12}^2) \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}^5}, \quad (13)$$

$$\tilde{I}_2 = \frac{4(3 - \varphi_{12}^2) \cos \varphi_{12}}{\varphi_{12}^4} - \frac{4(3 - 2\varphi_{12}^2) \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}^5}, \quad (14)$$

$$\tilde{I}_3 = \frac{-4(12 - 3\varphi_{12}^2) \cos \varphi_{12}}{\varphi_{12}^4} + \frac{4(9 - 12\varphi_{12}^2 + \varphi_{12}^4) \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}^5}. \quad (15)$$

В пределе при  $R \rightarrow 0$  мы получаем коэффициенты для одиночного атома:

$$\tilde{I}_2 = \tilde{I}_3 = 2\tilde{I}_1 = \frac{16}{15}. \quad (16)$$

При  $R \gg \lambda$ , т.е. при больших расстояниях, мы можем пользоваться приближенными формулами:

$$\tilde{I}_1 = \tilde{I}_2 = 0, \quad (17)$$

$$\tilde{I}_3 = \frac{4 \sin \varphi_{12}}{\varphi_{12}}. \quad (18)$$

На рис. 8 представлены зависимости коэффициентов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  от безразмерного расстояния  $\varphi$ . На них видно, что первые два коэффициента очень быстро затухают с увеличением расстояния между атомами, это говорит о том, что взаимодействие атомов в радиальном направлении на больших расстояниях слабое. Третий коэффициент отвечает за взаимодействие атомов в ловушке в аксиальном направлении и, как видно из графиков, затухает гораздо медленнее. Поэтому на больших расстояниях первыми двумя коэффициентами можно пренебречь.

Корреляционная функция оператора перехода задается следующей формулой:

$$\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle = \frac{-4g\tilde{g}^4(1 + 4\delta^2)}{((1 + g)^2 + 4(\tilde{g}^2 + \delta^2) + 4(1 + g)^2\delta^2 + 4(\tilde{g}^2 + 2\delta^2)^2)^2}, \quad (19)$$

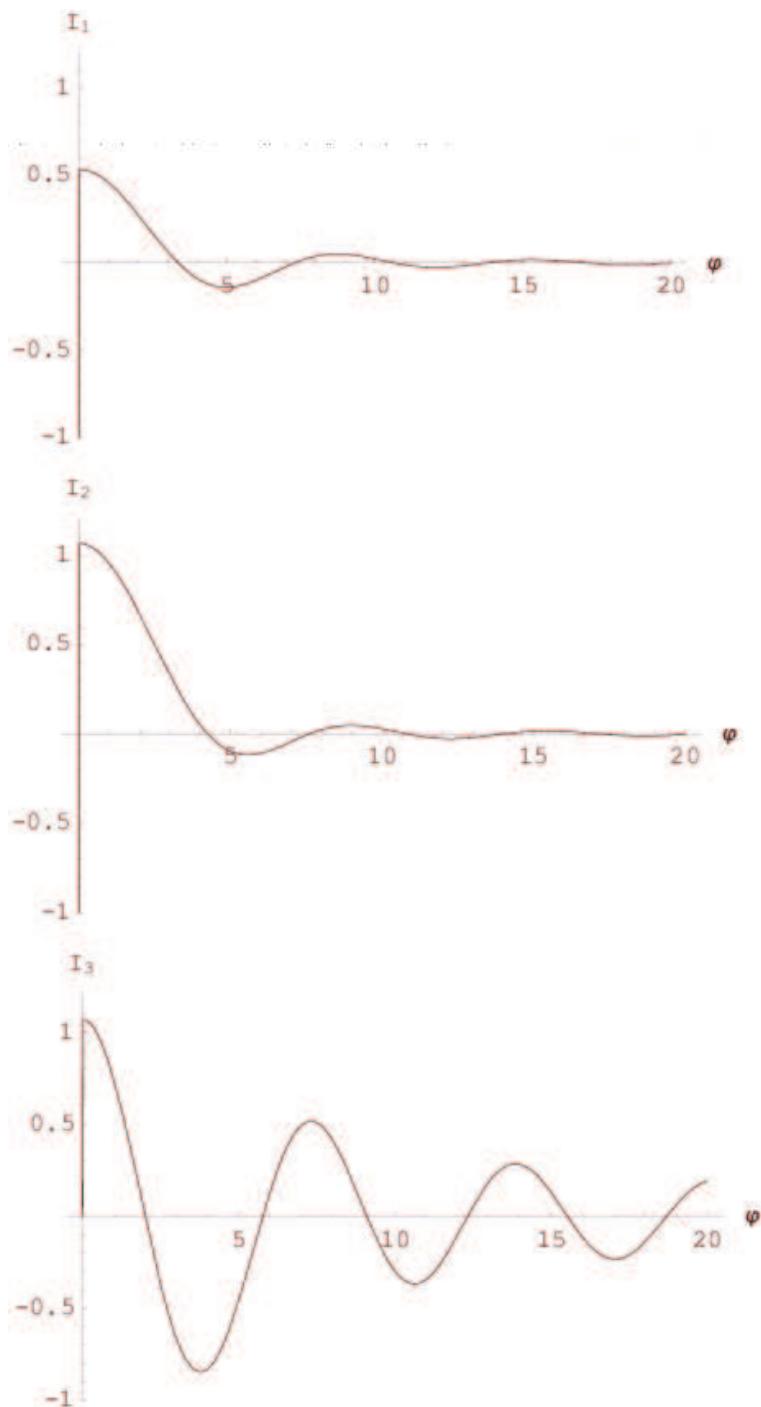


Рис. 8: Зависимость коэффициентов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  от безразмерного расстояния  $\varphi = 2\pi R/\lambda$ , где  $R$  — расстояние между атомами и  $\lambda$  — длина волны возбуждающего поля.



Рис. 9: Зависимость фактора  $g$  от безразмерного расстояния между атомами.

где  $\tilde{g}_L = g_L/\Gamma$  — безразмерная частота Раби,  $g_L = \frac{Ed}{\hbar}$  — частота Раби,  $\delta = \Delta/\Gamma$  — безразмерная отстройка пробного лазера и  $g$  — безразмерный геометрический фактор (см. рис. 9), определяющий расположение атомов:

$$g = \frac{3}{2} \frac{\varphi \cos \varphi - \sin \varphi + \varphi^2 \sin \varphi}{\varphi^3}, \quad (20)$$

который для расстояний, больших длины волны равен,  $g = 3 \sin \varphi / 2\varphi$ .

Из общих соображений понятно, что  $\lim_{\varphi_{12} \rightarrow 0} I_{12} = I_{11}$ , т.е. если мы устремим расстояние между атомами к нулю, то в итоге получим из данного элемента флюктуации “одиночного” атома. Таким образом, полагая  $g = 1$ , мы можем вычислить корреляционную функцию  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_1^+ \rangle$  флюктуаций одиночного атома (см. рис. 10), захваченного в ловушке:

$$\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_1^+ \rangle = \frac{2\tilde{g}_L^4(1 + 2(\tilde{g}_L^2 + \delta^2)^2 + (1 + 4\delta^2))}{(4 + 4(\tilde{g}_L^2 + \delta^2) + 16\delta^2 + 4(\tilde{g}_L^2 + 2\delta^2)^2)^2}. \quad (21)$$

При определении оптимальных параметров для изучения взаимодействия атомов в ловушке введем параметр отношения (см. рис. 11) корреляционных функций оператора перехода в одиночном атоме и между атомами:

$$k = \frac{\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle}{\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_1^+ \rangle}. \quad (22)$$

Из рис. 12 видно, что коэффициент корреляционной функции оператора перехода между атомами  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle$ , описывающий взаимодействие атомов, имеет максимум, в котором сила взаимодействия между атомами будет максимальна по отношению к флюктуационной силе одиночного атома. Вычислив производную функции при отстройке  $\delta = -1$ , мы получим то, что максимум достигается при  $g_L = 1,4$ , и это в свою очередь соответствует интенсивности  $I = 0,071 \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

### 3.2 Короткодействующее РДДВ

При учете короткодействующих столкновений необходимо также учитывать далекоотстоянное от резонанса поле, создающее ловушку. В этом случае мы также описываем процесс

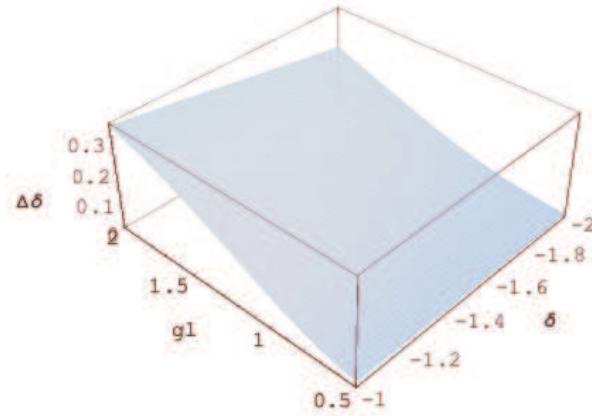


Рис. 10: Зависимость коэффициентов корреляционной функции оператора перехода одиночного атома  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_1^+ \rangle$  в зависимости от безразмерной отстройки  $\delta$  и безразмерной частоты Раби  $g_L$ . Из рисунка видно, что при возрастании интенсивности поля и уменьшении его отстройки происходит возрастание корреляционной функции.

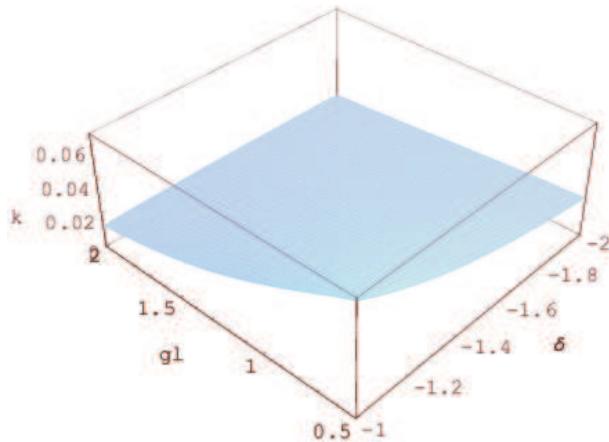


Рис. 11: Зависимость параметра  $k$  от безразмерных отстройки  $\delta$  и частоты Раби  $g_L$ . Из рисунка видно, что максимум достигается при уменьшении интенсивности поля и его отстройки. В расчетах полагалось  $g = 0, 2$ .

Рис. 12: Зависимость коэффициентов корреляционной функции оператора перехода между атомами  $\langle \Delta\sigma_1^- \Delta\sigma_2^+ \rangle$  от безразмерных отстройки  $\delta$  и частоты Раби  $g_L$ . В расчетах полагалось  $g = 0, 2$ .

столкновения атомов как взаимодействие двух атомов с поглощением фотона. При рассмотрении столкновений атомов мы ограничиваемся первым приближением. Полагая близкое взаимодействие атомов в резонансном поле как радиационное столкновение, т.е. рассматривается система два атома плюс поле  $A + A + \hbar\omega \rightarrow A_2^*$ , мы моделируем этот процесс как вероятностный.

При поглощении фотона атом приобретает энергию порядка  $10^4$  К, что на семь порядков превышает потенциальный барьер оптической дипольной ловушки и, соответственно, приводит к выходу атома из ловушки. Поглощение фотона атомом зависит от интенсивности, отстройки поля и расстояния между атомами. Задав потенциал взаимодействия атомов степенной зависимостью  $\Delta U(R_{12}) = C/R_{12}^6$ , где  $C$  — константа и  $R_{12}$  — расстояние между атомами, мы вводим величину, характеризующую сдвиг частоты вследствии взаимодействия атомов:

$$\delta = \Delta\omega + \delta_0 \left( \frac{a_0}{R_{12}} \right)^6, \quad (23)$$

где  $\Delta\omega$  — отстройка лазерного поля создающего оптическую дипольную ловушку,  $\delta_0 = 10^{12}$  — параметр сдвига частоты вследствии взаимодействия атомов [13] и  $a_0 = 1$  нм — радиус Вайскопфа. Гамильтониан описывающий взаимодействие будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\delta}{2}\hat{\sigma}_3 + \frac{\hbar\Omega_0}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

где  $\Omega_0$  — частота Раби. Тогда населенность верхнего уровня с учетом адиабатического приближения будет выглядеть следующим образом:

$$n_2(t) = \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \delta^2(t)} \sin^2 \frac{\sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2(t)}}{2} t. \quad (25)$$

Из этой формулы, усредняя квадрат синуса по периоду за счет того, что время столкновения  $\tau_{\text{ст}} = a_0/V \simeq 10^{-9}$  с много больше периода колебаний Раби  $\tau_0 \simeq 10^{-11}$  с, получаем

населенность верхнего уровня:

$$n_2(t) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \delta^2}. \quad (26)$$

Отсюда видно, что при  $\delta \rightarrow 0$ , т.е. при  $R_{12} \rightarrow a_0 \left(\frac{\delta_0}{\Delta\omega}\right)^{1/6}$ , вероятность вылета атома из ловушки равна  $\frac{1}{2}$ . Таким образом, при моделировании динамики атомов нам необходимо контролировать расстояние между атомами. При моделировании взаимодействия атомов мы учитываем данный процесс как дополнительный к РДДВ. Он преобладает при малых расстояниях между атомами  $< 10$  нм. Из формулы видно, что при больших расстояниях между атомами вероятность данного процесса очень маленькая за счет большой отстройки поля создающего ловушку и падает пропорционально расстоянию между атомами в двенадцатой степени. На малых расстояниях между атомами отстройка компенсируется сдвигом энергетических уровней, в результате чего атом может покинуть ловушку под действием лазерного поля создающего ловушку.

## 4 Моделирование динамики атомов в ловушке

### 4.1 Построение модели

Используя приведенные выше формулы и приближения, мы можем определить спектр всех трех проекций силы взаимодействия между атомами в любой момент времени, что позволяет нам эффективно моделировать динамику атомов в оптической дипольной ловушке. Зная спектр и полагая дипольное излучение белым шумом, мы можем рассчитать амплитуду силы через ее дисперсию:

$$\sigma_{ij}^2(t) = \overline{\left( \int_0^t F_{ij}(\tau) d\tau \right)^2} = N_{ij} t, \quad (27)$$

где  $F_{ij}$  — флюктуационная сила,  $N_{ij}$  — компоненты матрицы  $N$  спектральной плотности, вычисленные по формулам 10 и 11,  $i$  и  $j$  — номера атомов. Интеграл представляем в виде суммы, так как при моделировании динамики в дипольной ловушке происходит дискретное разбиение по времени с постоянным шагом  $\Delta t$ :

$$\overline{\left( \int_0^{\Delta t} x(\tau) d\tau \right)^2} = \Sigma \langle \delta F^2 \rangle \Delta t^2 = \langle \delta F^2 \rangle \Delta t^2 \frac{t}{\Delta t} = \langle \delta F^2 \rangle t \Delta t, \quad (28)$$

где  $\langle \delta F^2 \rangle t \Delta$  — дисперсия флюктуационной силы. Приравнивая два последних уравнения и сокращая на  $t$ , получаем

$$N_{ij} = \langle \delta F^2 \rangle \Delta t. \quad (29)$$

Величина  $N$  представляет из себя матрицу следующего вида:

$$\begin{pmatrix} N_{11} & -N_{12} \\ -N_{12} & N_{11} \end{pmatrix},$$

что дает нам для равномерно распределенной силы значение амплитуд сил диполь-дипольного взаимодействия двух атомов:

$$\vec{F}_f^{(1)} = (\sqrt{12(N_{11} + N_{12})/\Delta t} \xi_1 - \sqrt{12(N_{11} - N_{12})/\Delta t} \xi_2)/\sqrt{2},$$

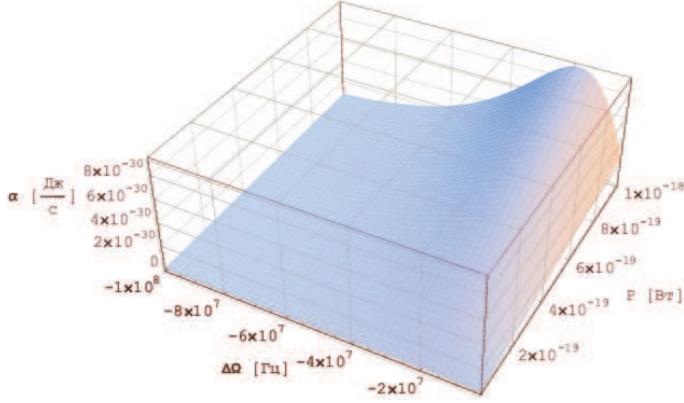


Рис. 13: Зависимость коэффициента радиационного трения от отстройки пробного лазера  $\Delta\Omega$  и мощности его излучения  $P$ .

$$\vec{F}_f^{(2)} = (\sqrt{12(N_{11} + N_{12})/\Delta t} \xi_1 + \sqrt{12(N_{11} - N_{12})/\Delta t} \xi_2)/\sqrt{2}.$$

Далее, используя генератор случайных чисел, генерирующий равномерное распределение от  $-1/2$  до  $1/2$ , мы моделируем квазиклассическое диполь–дипольное взаимодействие захваченных атомов в дипольной ловушке под действием далеко отстроенного от атомного резонансного перехода линейно поляризованного, сфокусированного мощного лазерного излучения.

При расчетах мы также учитываем механизм охлаждения за счет эффекта Допплера. Зависимость коэффициента радиационного трения от отстройки пробного лазера и мощности его излучения приведена на рис. 13. Тогда скорость охлаждения можно определить, следуя [14], как

$$\alpha = -\frac{2\hbar\omega^2}{mc^2} \frac{I}{I_0} \frac{2\delta/\gamma_0}{[1 + (2\delta/\gamma_0)^2]^2},$$

где  $I$  — интенсивность пробного лазера,  $I_0$  — интенсивность насыщения. Исходя из выше сказанного, уравнение движения может быть записано следующим образом:

$$m\ddot{\vec{r}}^{(k)} = -\frac{\partial U_{FB}^{(k)}}{\partial \vec{r}} + \vec{F}_{cool}^{(k)} + \vec{F}_f^{(k)}, \quad k = 1, 2, \quad (30)$$

где  $k$  — индекс атома,  $U_{FB}$  — потенциал ловушки,  $\vec{F}_{cool}^{(k)} = \alpha \vec{V}_z$  — сила описывающая охлаждение атома и  $\vec{F}_f^{(k)}$  — флукутационная сила РДДВ. Также в процессе вычислений в качестве параметра учитывается расстояние между атомами для изучения холодных столкновений между ними.

## 4.2 Предварительные оценки

До начала численных расчетов необходимо оценить энергию, передаваемую атому фотоном от пробного лазера, так как при больших значениях энергии фотона атом может покинуть ловушку. Энергию передаваемую атому от пробного электромагнитного поля можно вычислить по следующей формуле:

$$E = -\frac{\left(\frac{\hbar\omega}{c}\right)^2}{2mk_B} \simeq 2 \times 10^{-2} \text{K}, \quad (31)$$

что не превышает глубину потенциальной ямы ловушки в центре пучка. Из этого следует, что фотоны не смогут выбивать атомы из дипольной ловушки, а процесс выхода атома будет диффузионный.

Далее, для оценки полученных результатов необходимо оценить характерные времена динамики атомов в оптической дипольной ловушке при возбуждении резонансным лазерным полем.

Сначала оценим характерное время флюктуаций без учета потенциала, создаваемого оптической дипольной ловушкой. Тогда динамика атома будет чисто флюктуационной и мы можем оценить время выхода атома за пределы области ограниченной ловушкой как

$$\tau_f = \sqrt[3]{\frac{m_a^2 a^2}{N_0}}, \quad (32)$$

где  $m_a$  — масса атома,  $a$  — характерный размер ловушки и  $N_0$  — спектр флюктуационной силы. Используя экспериментальные параметры, приведенные в разделе 2.3, мы получим характерное время  $\tau_f \sim 10^{-4}$  с.

Также необходимо оценить время диффузии атома в ловушке в приближении т.н. узкополосной динамики. Поскольку время достижения границы потенциальной ямы за счет флюктуаций импульса отдачи оказывается значительно больше периода колебаний, происходит установление т.н. узкополосного режима. В этом режиме колебания атомов имеют вид  $x(t) = x_c(t) \cos \omega_0 t + x_s(t) \sin \omega_0 t$ , где  $x_c, x_s$  описывают медленные по сравнению с несущей частотой независимые колебания квадратурных амплитуд. Для них нет необходимости использовать точное уравнение второго порядка, поскольку в нашем случае имеют место укороченные уравнения вида

$$m_a \omega_0 \frac{dx_c}{dt} + m \alpha \omega_0 x_c = \xi(t). \quad (33)$$

Здесь для определения времени диффузии следует пренебречь затуханием  $\alpha$ , для того чтобы описать действие фактора диффузии в чистом виде. Тогда решение получается просто в виде интеграла по времени от  $\xi(t)$  и усреднение его квадрата дает

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \frac{N_0 \Delta t}{m_a^2 \omega_0^2}. \quad (34)$$

Подставляя вместо  $\Delta x$  ширину ямы  $a$ , получим характерное время диффузии

$$\tau_D = \frac{m_a^2 \omega_0^2 a^2}{N_0}. \quad (35)$$

Для справедливости выполненного анализа время диффузии должно быть значительно больше периода собственных колебаний атома в ловушке. Сравнивая его со временем затухания, получаем представление об интенсивности процесса флюктуационного выхода атома из ловушки. Используя экспериментальные параметры приведенные в разделе 2.3, получаем характерное время  $\tau_D \sim 10^{-2}$  с.

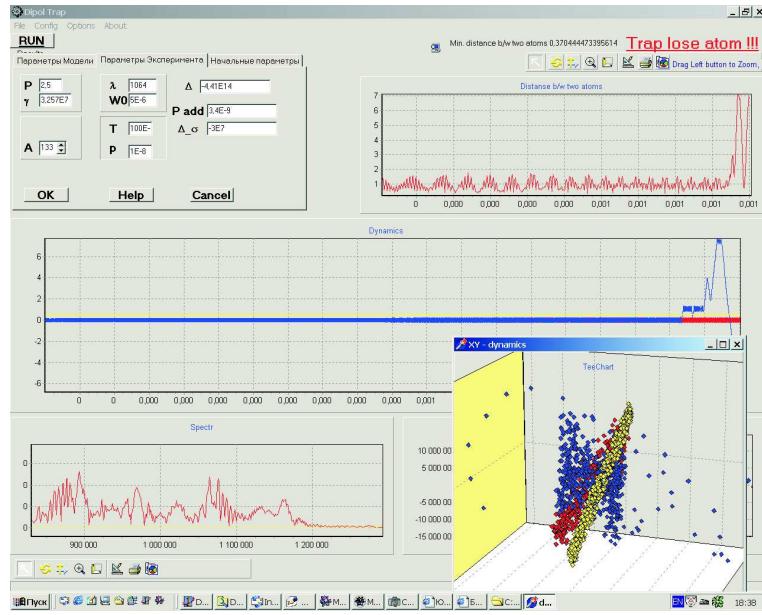


Рис. 14: Внешний вид пользовательского интерфейса программы моделирования динамики атомов в оптической дипольной ловушке.

### 4.3 Пакет для моделирования динамики атомов в ловушке

Для интегрирования уравнений, описывающих динамику атомов в ловушке, использовался метод предиктора-корректора, по схеме Адамса-Башфорта-Моултона, широко известного в области численного моделирования [15]. Этот метод является методом пятого порядка точности и представляется нам оптимальным для решения такого рода задач. В качестве генератора случайных чисел, генерирующего равномерное распределение, был выбран линейный конгруэнтный генератор. В качестве среды программирования была выбрана среда программирования Delphi, на которой был разработан пакет моделирования динамики атомов в оптической дипольной ловушке. Внешний вид диалогового интерфейса пользователя приведен на рис. 14.

## 5 Результаты моделирования

В компьютерном эксперименте, контролируя динамику атомов в ловушке, которая зависит от интенсивности дополнительного (пробного) лазера, мы анализируем роль взаимодействия атомов на больших расстояниях. Все расчеты велись без учета влияния буферного газа, т.е. при моделировании динамики одиночного атома без воздействия пробного лазерного поля не происходит потерь атомов из ловушки [16].

Варьируя интенсивность пробного лазера мы, во-первых, контролируем степень взаимодействия атомов в оптической ловушке, во-вторых, можем контролировать время жизни атомов в ней. Это связано с тем, что под действием далекоотстроенного от атомного резонанса лазерного поля, создающего оптическую дипольную ловушку, скорость излучения фотонов атомами очень низкая. Это, в свою очередь, затрудняет регистрацию атомов в ловушке из-за слабой флуоресценции. Под действием резонансного поля интенсивность

флуоресценции атомов сильно возрастает. Вследствие этого возможно экспериментально контролировать число атомов в ловушке и более точно определять время жизни и, соответственно, силу взаимодействия атомов. Под действием далеко отстроенного излучения степень взаимодействия атомов, за исключением холодных столкновений, пренебрежима мала и в работе не учитывалась.

Критерием выхода атомов из ловушки являются два условия. Во-первых, полная энергия атома должна быть больше нуля. Это условие необходимое, но не достаточное, так как при сильном оптическом возбуждении атом в некоторые моменты времени может иметь кинетическую энергию, превышающую потенциальную, но из-за сильного пробного поля увеличивается частота поглощения фотонов, что приводит к флюктуации энергии атома. То есть несмотря на то, что в некоторые моменты атом имеет полную энергию больше нуля, он не покидает ловушку. Поэтому мы вводим второй, дополнительный критерий вылета атомов из ловушки — выход атома за пределы микропотенциала ловушки. Таким образом, комбинируя эти два критерия мы можем исследовать процесс выхода атома в случае диффузионного взаимодействия. В случае же холодного столкновения атомов в ловушке, мы считаем что атомы покидают ловушку в тот же момент времени, так как кинетическая энергия атомов на много порядков больше.

При моделировании динамики атомов в оптической дипольной ловушке с параметрами пробного лазера, соответствующих максимуму на рис. 12, мы получим максимальную флюктуационную силу взаимодействия атомов. С увеличением расстояния между атомами уменьшается интенсивность флюктуаций силы взаимодействия. Таким образом, интересно проследить за изменениями в динамике атомов в зависимости от расстояния между потенциальными ямами, образующимися в стоячей волне, в которых локализуются атомы. Как уже говорилось выше, холодных столкновений между атомами находящимися в различных потенциальных ямах не будет.

Для определения этой зависимости мы последовательно увеличиваем расстояние между атомами с периодом 1 мкм, приблизительно равным периоду волны лазерного излучения. Теоретическая зависимость силы от расстояния между атомами представлена на рис. 15. Из рисунка видно, что если бы атомы находились в центрах потенциальных ям, период которых также равен  $\lambda/2$ , и не колебались бы, то взаимодействие между атомами отсутствовало бы. Однако, за счет колебаний атомов в потенциальных ямах происходит их “раскачка”.

Для начала исследуем модель на основе экспериментальных параметров французской научной группы [3]. Особенность их экспериментальной установки заключается в создании сильно сфокусированного лазерного пучка, до  $\sim 1$  мкм в перетяжке, создающего оптическую ловушку. В следствии этого, получается очень сильная локализация атомов в микрояме. Отсюда взаимодействие атомов, пойманных в одну микрояму, очень сильное и время жизни сильно ограничено. Еще одна особенность экспериментальной установки состоит в том, что можно контролировать расстояние между атомами, от 1 мкм до 10 мкм, что используется в нашей модели при исследовании взаимодействия атомов на расстоянии. Из рис. 16 видно, что при последовательном увеличении расстояния между атомами время жизни атома в ловушке увеличивается. Это говорит об уменьшении степени взаимодействия атомов под действием резонансного поля. Если мы сделаем экспоненциальную аппроксимацию, то получим зависимость времени жизни атома как

$$\tau[\text{с}] = -(4,80 \pm 0,03) \times 10^{-4} e^{-\frac{R}{(2,87 \pm 0,07)}} + (3,45 \pm 0,05) \times 10^{-4}, \quad (36)$$

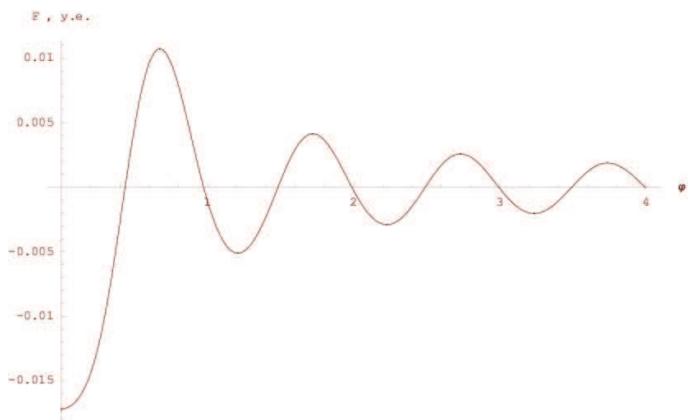


Рис. 15: Зависимость флуктуационной силы диполь-дипольного взаимодействия между атомами от расстояния между ними. Расстояние приведено на графике в длинах волн. Места пересечения графика с осью абсцисс кратны длине волны  $\lambda/2$ .

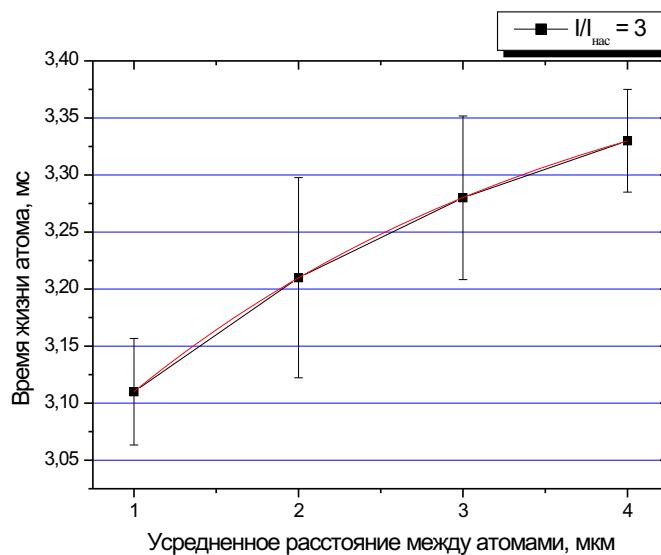


Рис. 16: Зависимость времени жизни атомов от усредненного расстояния между ними.

где  $R$  — среднее по периоду колебаний расстояние между атомами, выраженное в микрометрах.

Таким образом, последовательно изменяя расстояние между атомами, мы можем сравнить результаты расчетов по модели дальнодействующего взаимодействия с экспериментальными результатами. Естественно, так как процесс взаимодействия является случайным, необходимо набрать статистику измерений для усреднения по ансамблю реализаций. На графике видно, что среднее время жизни имеет достаточно большую дисперсию. Поэтому в нашей работе мы усредняем порядка десяти реализаций. Также, для оценки справедливости полученных результатов необходимо получить среднее время жизни сравнивать по порядку величины с диффузионным временем определенным в 4.2. Оба эти времени совпадают по порядку величины. Исходя из этих результатов, мы можем оценить скорость нагрева атомов в ловушке под действием резонансного лазера (см. рис.17), с учетом радиационного взаимодействия атомов на большом расстоянии:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = -(1,18 \pm 0,01) \times 10^{-23} e^{-\frac{R}{(2,53 \pm 0,01)}} + (7,57 \pm 0,02) \times 10^{-23} \text{ Дж/с.} \quad (37)$$

где  $R$  — среднее по периоду колебаний расстояние между атомами, выраженное в микрометрах. Для того, чтобы оценить степень вклада флуктуационной силы взаимодействия, проведем измерения для одиночного атома при тех же условиях и получим, что среднее время жизни атома в ловушке равно

$$\tau[\text{с}] = (4,05 \pm 0,04) \times 10^{-3} \quad (38)$$

и, следовательно, скорость нагревания

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = (6,42 \pm 0,06) \times 10^{-23} \text{ Дж/с.} \quad (39)$$

Отсюда, сравнивая со случаем двух атомов в ловушке, видно что флуктуационная радиационная сила диполь-дипольного взаимодействия существенна на расстояниях порядка длины волны и убывает с увеличением расстояния между атомами. Мы можем это проверить, если в скорости нагревания атомов в случае двух атомов положим расстояние  $R$  между ними равным бесконечности. Тогда  $\frac{\Delta E}{\Delta t} = 6,39 \times 10^{-23} \text{ Дж/с}$ , что практически совпадает со скоростью нагревания атома в случае одиночного атома в ловушке.

Вследствие этого, мы можем сделать вывод о наличии взаимодействия атомов под действием резонансного поля на больших расстояниях  $R > \lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны резонансного поля.

Ситуация когда оба атома находятся в одной потенциальной (см. рис. 18) яме отличается от описанных раньше тем, что в этом случае между атомами также происходят холодные столкновения, описанные выше (3.2). Холодные столкновения практически не зависят от резонансного поля в случае маленькой интенсивности и соответствуют скачкообразному процессу выхода атомов из ловушки, что было обнаружено экспериментально [3]. В случае большой интенсивности резонансного поля процесс выхода атомов из ловушки такой же, как и в случае разнесенных атомов, и описывается диффузионным процессом. То есть атомы покидают ловушку быстрее, чем они сталкиваются. Вследствии этого, при небольших интенсивностях мы можем определить среднее время жизни атомов в ловушке как

$$\tau(g_l \ll 1) = 1,48 \times 10^{-4} \text{ с,} \quad (40)$$

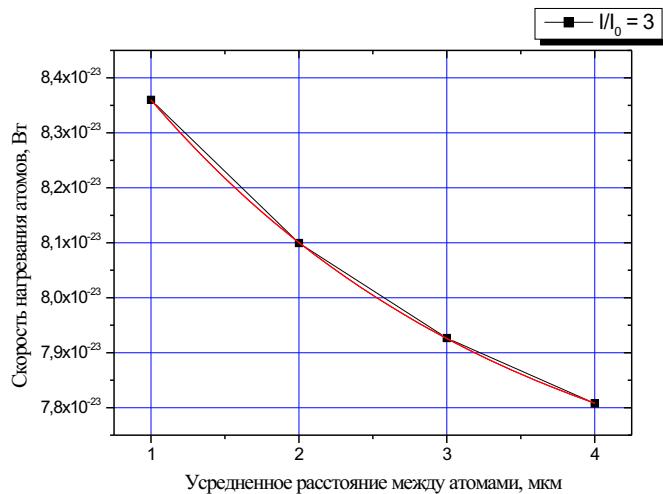


Рис. 17: Зависимость скорости нагрева атомов от расстояния между ними.

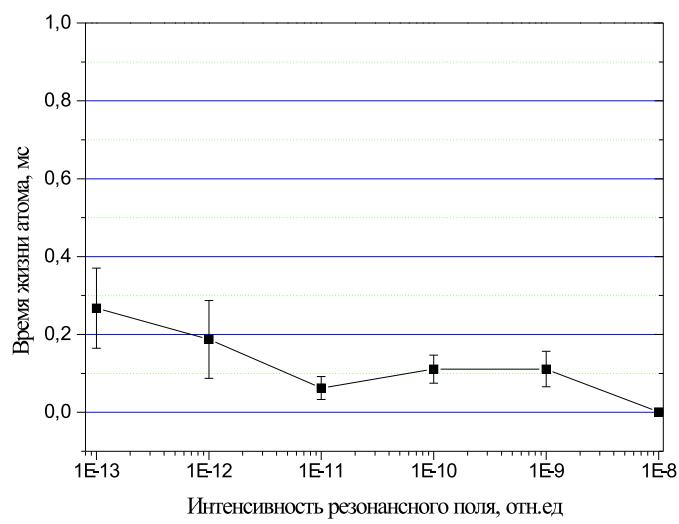


Рис. 18: Зависимость времени жизни атомов находящихся в одной потенциальной яме оптической дипольной ловушки от интенсивности резонансного поля.

где  $g_l$  — безразмерная частота Раби. В данном случае среднее время жизни является константой и, как видно из рис. 18, имеет большую дисперсию. Этот факт хорошо подтвержден экспериментально [3]. Отсюда можно сделать вывод о характере взаимодействия двух атомов в ловушке и объяснить тот факт, что невозможно обнаружить несколько атомов в одной микрояме.

При использовании экспериментальных параметров немецкой научной группы [4], картина взаимодействия двух атомов изменится, так как в отличие от параметров французской группы [3], область локализации атомов гораздо больше  $\sim 30$  в радиальном направлении распространения луча. Таким образом, вероятность холодных столкновений двух атомов в оптической дипольной ловушке ниже на три порядка, как можно увидеть из формулы частоты столкновений

$$\nu = \frac{\sigma v}{V}, \quad (41)$$

где  $\sigma$  — сечение столкновения,  $v$  — средняя скорость атома и  $V$  — объем локализации атомов. Отсюда видно, что при увеличении области локализации частота столкновений уменьшается. Таким образом, можно сделать вывод, что в данной экспериментальной установке взаимодействие атомов преимущественно диффузионное даже в случае когда оба атома находятся в одной потенциальной яме.

Так как траектория частиц зависит от начальных параметров таких, как начальные координаты и скорость, то при моделировании мы вынуждены задавать их случайными величинами — координаты равномерно распределены в пределах пучка, а скорость распределена по распределению Максвелла в зависимости от температуры атомов. Температура задается как в эксперименте и составляет  $\sim 40$  мК, что позволяет локализовать атом на достаточно большой промежуток времени. При проведении эксперимента время локализации также зависит от давления буферного газа, что при расчете пока не учитывалось.

Интересные выводы можно также сделать проанализировав спектр динамики каждого из атомов (см. рис. 19), а также центра масс и расстояния между атомами (рис. 20). Так как уравнение динамики каждого атома является нелинейным, а колебания квазигармоническими, то при уменьшении частоты осцилляций (при смещении спектральной линии в низкочастотную область) мы можем судить об увеличении амплитуды и соответственно, энергии атома (см. рис. 21). Это, в свою очередь, приводит к увеличению интенсивности флуоресценции атома. Что позволяет зарегистрировать этот факт экспериментально. Также из спектра мы можем оценить влияние пробного излучения на величину флуктуаций по ширине спектральной линии. Из общих соображений видно, что при увеличении амплитуды флуктуационной силы появляются искажения, смещения и уширения спектральной линии. При малых энергиях атома  $E = kT \ll U$ , мы можем использовать гармоническое приближение, например, для оценки частот колебаний атомов в потенциальных ямах.

Флуктуации одиночного атома приводят также к выходу атома из ловушки. Поэтому для изучения флуктуационной силы взаимодействия между атомами необходимо сравнивать динамику двух атомов и одиночного атома при одинаковых начальных условиях. В результате, мы можем определить степень влияния одного атома на другой. Для этого мы в случае моделирования одиночного атома и двух атомов в ловушке, в первом и во втором случае один и тот же атом рассматривается при полностью одинаковых начальных условиях, причем с одинаковой статистикой флуктуаций одиночного атома (см. рис. 22). Из рис. 22 видно, что в конце временной шкалы первый и второй атомы покидают ловушку, что яв-

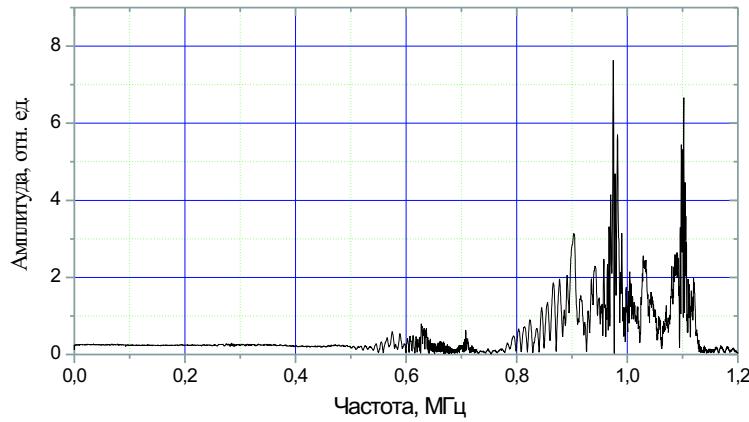


Рис. 19: Спектр колебаний одного из двух атомов по оси  $z$ .

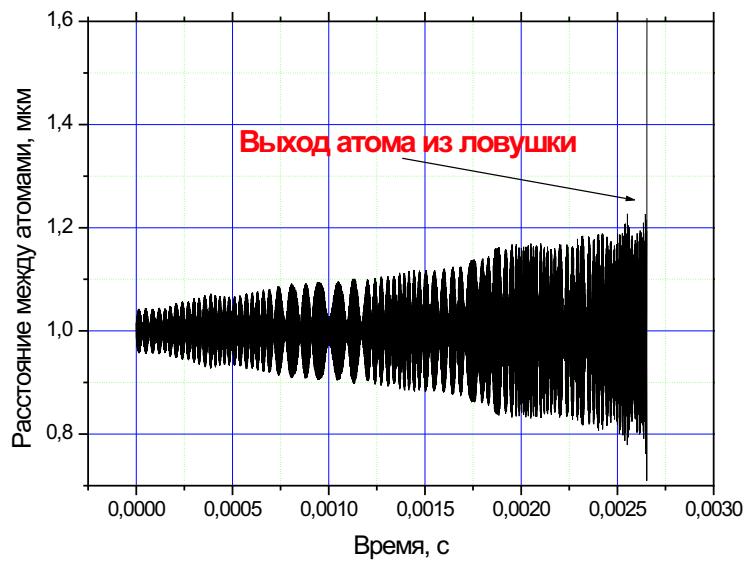


Рис. 20: Зависимость расстояния  $R[\lambda]$  между атомами от времени  $t$  [с]. На графике видно в конце заметное увеличение амплитуды расстояния между атомами, что является одним из признаков выхода атомов из ловушки.

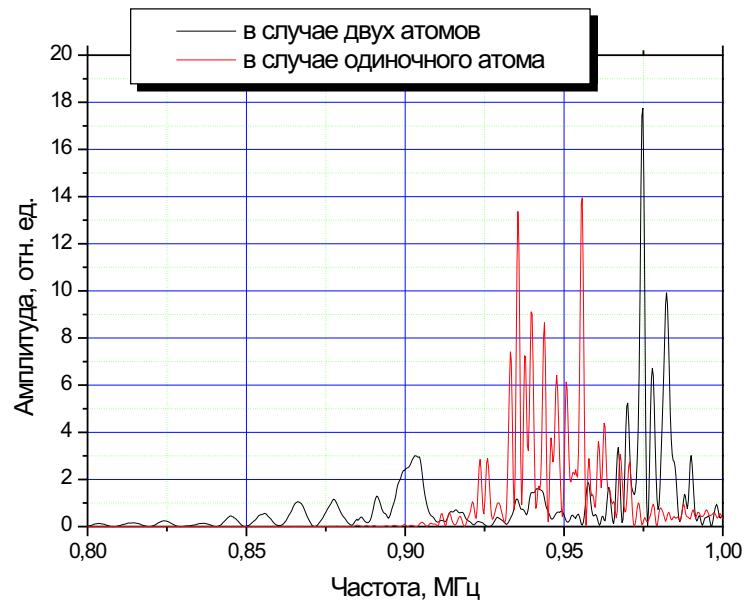


Рис. 21: Спектр колебаний одиночного атома и одного из двух атомов по оси  $z$ .

Рис. 22: Зависимость координаты по оси  $z$  одиночного атома, одного из двух атомов при таких же начальных условиях и второго атома от времени.

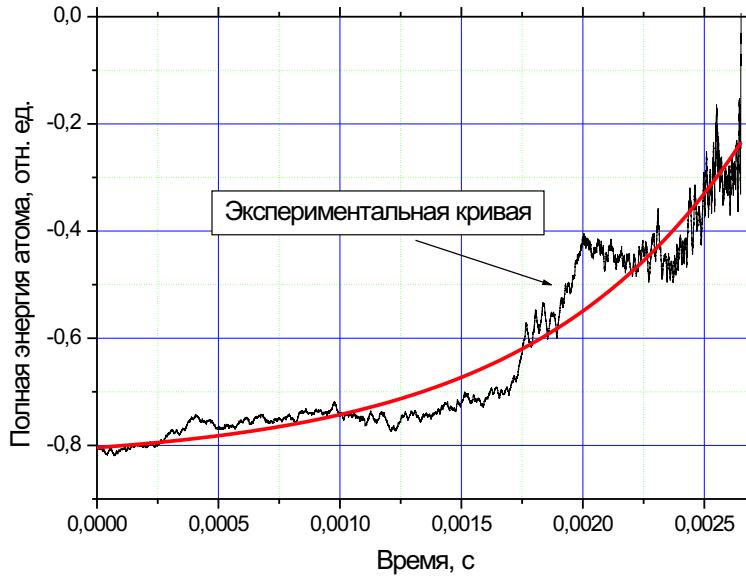


Рис. 23: Зависимость полной энергии атома в ловушке от времени и теоретическая аппроксимация. Параметры микроловушки при интенсивности резонансного лазера  $I = 3I_0$ .

ляется скоррелированным выходом атомов из ловушки<sup>3</sup>. Это связано с тем, что атомы нагреваются под действием флуктуационной силы примерно одинаково. Таким образом, мы можем оценить время жизни атома в зависимости от начальной энергии: используя рис. 23, мы можем аппроксимировать время жизни атома экспонентой,

$$\tau = (2,33 \pm 0,08) \times 10^{-5} e^{-\frac{E}{(0,173 \pm 0,002)U_0}} \text{ с}, \quad (42)$$

где  $U_0$  — глубина потенциала оптической дипольной ловушки.

Таким образом, мы можем количественно и качественно сравнить траектории одиночного атома и одного из двух атомов при моделировании динамики двух атомов в любой момент времени (см. рис. 24), что дает нам возможность проанализировать взаимодействие, не дожидаясь выхода атомов из ловушки (рис. 25). На графиках видно в конце временной шкалы увеличение энергии атома, связанного с другим атомом радиационным диполь-дипольным взаимодействием, что является одним из признаков выхода атома из ловушки. Атомы находятся в одинаковых начальных условиях. Естественно, при уменьшении времени наблюдения уменьшается и точность измерения, поэтому достаточно много времени при построении модели было затрачено на подбор оптимальных параметров, таких как число итераций по времени, выбор промежутка времени, набор статистики для усреднения по ансамблю реализаций и т.п.

## 6 Заключение

В данной работе нами была изучена динамика атомов, захваченных в дипольную оптическую ловушку, и выявлена роль диполь-дипольных взаимодействий между атомами. Основ-

<sup>3</sup>Выход атомов из ловушки считается скоррелированным, если разница по времени между выходом атомов не больше периода колебания атома в ловушке.

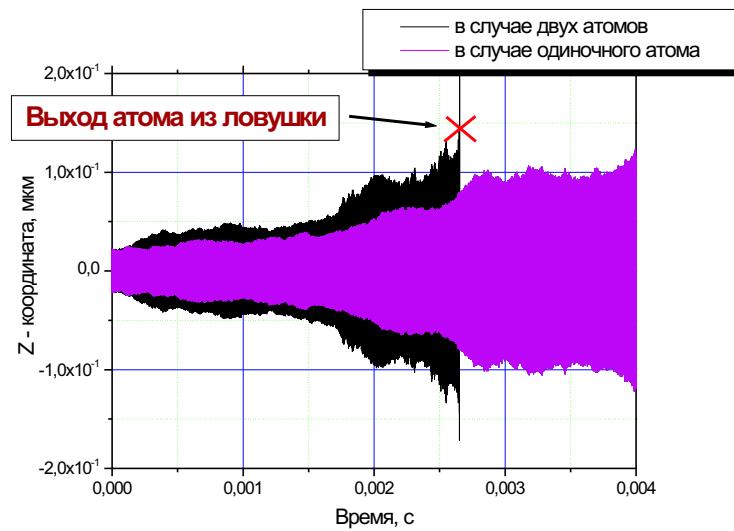


Рис. 24: Зависимость разности координат по абсолютной величине одиночного атома и одного из двух атомов при одинаковых начальных условиях.

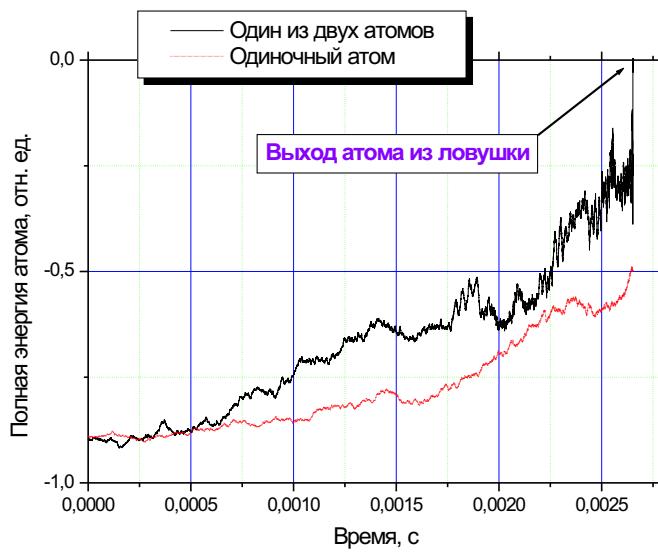


Рис. 25: Зависимость полной энергии одиночного атома (пунктирная линия) и одного из двух атомов (сплошная линия).

ные результаты работы перечислены ниже:

- Разработана модель диполь-дипольного взаимодействия атомов в ловушке и создан пакет программ, позволяющий моделировать динамику атомов на компьютере.
- Предложена схема эксперимента по выявлению роли диполь-дипольного взаимодействия между атомами в ловушке, в которой эффект взаимодействия значительно усиливается за счет излучения пробного лазера резонансного частотам переходов атомов.
- Выполнен цикл компьютерных экспериментов по моделированию динамики атомов в ловушке, проведен анализ диполь-дипольного взаимодействия при различных параметрах, используемых в реальных экспериментальных схемах. Рассчитана зависимость коэффициента радиационного затухания в дипольной ловушке в результате диполь-дипольного взаимодействия от величины отстройки лазерного излучения и показано, что данное взаимодействие существенно определяет динамику атомов в ловушке при использовании лазерного излучения с частотой, близкой к атомному резонансу. Вычислено время жизни атомов в ловушке и скорость их нагрева за счет РДДВ под действием пробного резонансного излучения.
- Изучен процесс выхода атомов из оптической дипольной ловушки за счет РДДВ между атомами. Результаты расчетов качественно совпадают с опубликованными результатами проведенных экспериментов.

## 7 Благодарности

Считаю своим долгом выразить благодарность за поддержку исследований, помочь в постановке и решении задач построения компьютерной модели В. Н. Задкову и Б. А. Гришанину. Также хочу поблагодарить за полезное обсуждение результатов эксперимента руководителя экспериментальной группы В. Гомера, институт прикладной физики, Боннский университет.

## Список литературы

- [1] E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D.E. Dritchard, “Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure” // Phys. Rev. Lett., (1987), **59**, 2631.
- [2] R. Grimm, M. Weidemuller, Y.B. Ovchinnikov, “Optical Dipole Traps for Neutral Atoms” // Adv. Atom. Mol. and Opt. Phys., (2000), **42**, 95.
- [3] N. Schlosser, G. Reymond, I. Protsenko, and P. Grangier, “Sub-poissonian loading of collisions” // Nature, (2001), **411**, 1024.
- [4] B. Ueberholz, S. Kuhr, D. Frese, D. Meschede, and V. Gomer, “Counting cold collisions” // LANL e-print quant-ph/9910120 v2 8 (1999).
- [5] D. Schrader, S. Kuhr, W. Alt, M. Muller, V. Gomer, and D. Meschede, “An optical conveyor belt for single neutral atoms” // LANL e-print quant-ph/0107029 (2001).
- [6] J. Weiner, V.S. Bagnato, S. Zilio, and P.S. Julienne, “Experiments and theory in cold and ultracold collisions” // Rev. Mod. Phys., (1999) **71**, 1.
- [7] И.В. Баргатин, Б.А. Гришанин, В.Н. Задков, “Запутанные квантовые состояния квантовых систем” // УФН, (2001), **171**(6), 625.
- [8] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett., (1978), **40**, 729.
- [9] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, Phys. Rev. Lett., (1996), **76**, 4508.
- [10] C.S. Adams, H.J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, and S. Chu, Phys. Rev. Lett., (1995), **74**, 3577.
- [11] N. Davidson, H.J. Lee, M. Kasevich, and S. Chu, Phys. Rev. Lett., (1995), **74**, 1311.
- [12] B.A. Grishanin, “Stochastic Dynamics of Trapped Atoms under the Radiation Force”, (1997) (unpublished).
- [13] А.М. Бонч-Бруевич, С.Г. Пржибельсктй, В.В. Хромов и С.И. Яковленко, “Воздействие сильного оптического излучения на столкновительные процессы. Оптико-столкновительные эффекты.” // Известия АН СССР, (1984), **48**(3), 587.
- [14] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* — Cambridge Univ. Press, (1995), 800 c.
- [15] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, “NUMERICAL RECIPES: The Art of Scientific Computing” — Cambridge University Press, (1992).
- [16] D. Frese, B. Ueberholz, S. Kuhr, W. Alt, D. Schrader, V. Gomer, and D. Meschede, “Single Atoms in an Optical Dipole Trap: Towards a Deterministic Source of Cold Atoms” // Phys. Rev. Lett., (2000), **85**, 3777.